

「船の安定性理論」に関する応用例題

堀 勉

An Advanced Example on Ship's Stability Theorem – Solution for Stable Attitude of an Inclined Ship –

Tsutomu HORI





解説・展望

「船の安定性理論」に関する応用例題 - 横傾斜状態での安定姿勢の求解 --

堀 勉

An Advanced Example on Ship's Stability Theorem — Solution for Stable Attitude of an Inclined Ship —

Tsutomu HORI

キーワード:船,安定性理論,傾斜状態,安定姿勢,応用例題

1. まえがき

船の安定性理論に関する例題として,前報⁽¹⁾で は,長方形断面(任意の材質と任意の幅)を有する 柱状船が,直立状態(甲板が水平な姿勢)で安定に 浮く条件について,浮心・重心・メタセンターの 位置関係の観点から,その解法を紹介した.

一方,上記の条件を満たさない場合,船がどの ような状態で浮くのか?も,力学的には興味ある ところである.

この問題については,防衛大学校の五十嵐らが, 正方形断面⁽²⁾と長方形断面⁽³⁾の角材の姿勢につい て,その重心と浮心に関する幾何学的考察から, 詳細に解明されている.

本稿では,前報⁽¹⁾の延長線上の応用例題として, 長方形断面の柱状船の,傾斜状態での安定姿勢を 求解する手法を,解説させて頂く次第である.

2. 設定変数としての材質 α と 幅 β

本稿では,設定変数として,前報⁽¹⁾と同様に,柱 状船の比重量 γ_t (下添字のtは,木材の<u>timber</u>の頭 文字)と水の比重量 γ_w (下添字のwは,水の<u>Water</u> の頭文字)の比を α (以下,材質と呼ぶ)として, 断面の幅 βh と深さhの比(アスペクト比)を β (以下,幅と呼ぶ)として,

$$\alpha \equiv \frac{\gamma_t}{\gamma_w} \quad (但 \, \cup, \, 0 < \alpha \le 1)$$

\beta = $\frac{\text{幅}}{\mathbb{R}^2} = \frac{\beta h}{h} \quad (但 \, \cup, \, \beta > 0)$

のように、定義したものである. ここに、 γ_w が 真水の場合、 α は柱状船の比重を表わす.

3. 直立した

長方形断面の柱状船の安定条件

前報⁽¹⁾では,直立状態(甲板が水平な姿勢)で安 定に浮く条件は,(1)式のαとβの関係として,

 $\beta^2 - 6\alpha (1 - \alpha) > 0 \qquad \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (2)$

のように、書くことができるから、

材質αを固定した場合の,幅βに対する安定
 条件は,

$$\beta > \sqrt{6\alpha (1-\alpha)}$$

$$(\beta) \ \tilde{\lambda} \ \text{if}, \ \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \beta > = \frac{\sqrt{6}}{2} = 1.225$$

$$(3)$$

であり,

●幅 β を固定した場合の、材質 α に対する安定 条件は、

i) 幅が広い
$$\left(\beta > \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$$
場合は、
材質 α に依らず、浮体は常に安定し、

218号

ii) 幅が狭い
$$\left(\beta < \frac{\sqrt{6}}{2} \right)$$
 場合は,
 $0 < \alpha < \frac{1}{2} - \kappa \quad (軽い材質)$
 $\frac{1}{2} + \kappa < \alpha \le 1 \quad (重い材質)$
 $\mu_{\text{U}}, \begin{cases} \kappa = \frac{\sqrt{3(3 - 2\beta^2)}}{6}$
例えば, $\beta = 1 \rightarrow \kappa = \frac{\sqrt{3}}{6} \approx 0.289 \end{cases}$ (4)

のように,軽い材質と重い材質で,安定すること を,解説した⁽¹⁾.

4. 横傾斜した

長方形断面の柱状船の安定姿勢

本章では,前章で述べた,直立状態での安定条 件を満たさない場合,どんな傾斜状態で安定する のか?,その姿勢(傾斜角)を求めよう.

図1に示すように, 深さ*h*, 幅 *βh*の長方形断面 を有する長さ*L*の柱状船(均質な材質で, 比重量 *γ*_t の角材)が,直立状態から,右舷側にθだけ横傾斜 した状態で,安定して浮いている場合を想定する.

まず,吃水を定めるために,傾斜状態での水面下の横断面積 *A*wを,求めておこう.

その形状は、高さ βh の台形であるから、直立時 の吃水をdとすれば、上底と下底は、左舷と右舷 の浸水長の増減 $\frac{\beta h}{2}$ tan θ を考慮して、

のように求まり,直立時の水面下形状である長方 形の面積に等しいことが分かる.

柱状船の重量Wと浮力 F_B は、それぞれ、

$$W = \gamma_t V_t = \gamma_t \cdot \beta h \cdot h \cdot L$$

$$F_B = \gamma_w V_w = \gamma_w A_w L = \gamma_w \cdot \beta h d \cdot L$$
(6)

のように求められる. 前者の重量 W は, 柱状船 の比重量 γ_t と全体積 V_t の積として, 後者の浮力 F_B は, Archimedes の原理により, 水の比重量 γ_w と排水体積 V_w の積として得られている. V_w は, (5)式の横断面積 A_w と船長 L の積で得られる.

浮体は,重量と浮力が平衡した状態



図1 横傾斜状態で安定している長方形断面を有する柱状船(長さL)

$$W = F_B \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (7)$$

で安定するから、(6)式の $W \ge F_B$ を等置すれば、

となる. これを解くことにより, 直立時の吃水*d* を,

のように, 深さhの α 倍として, 決めることがで きる.

本論では、問題を簡単化するために、横傾斜し ても、図1のように、全幅に亙って、甲板(長方 形断面の上辺)は水面上に、船底(長方形の下辺) は水面下にあり、(5)式で計算したように、水面下 の横断面形状が台形である場合について、解説す る.

その仮定は、横傾斜による浸水長の増加分が、 直立時の乾舷 h-d や吃水 d を超えない条件とし て、

$$\frac{\beta h}{2} \tan \theta \leq \begin{cases} h - d = (1 - \alpha) h \quad (\alpha \geq \frac{1}{2} \text{ or } \frac{1}{2} \alpha) \\ d = \alpha h \quad (\alpha < \frac{1}{2} \text{ or } \frac{1}{2} \alpha) \\ \cdots \cdots (10) \end{cases}$$

を課すことになるから、傾斜角 θ は、

$$\tan \theta \leq \begin{cases} \frac{2(1-\alpha)}{\beta} & (\alpha \geq \frac{1}{2} \, \text{o} \, \text{場合}) \\ \frac{2\alpha}{\beta} & (\alpha < \frac{1}{2} \, \text{o} \, \text{場合}) \end{cases}$$

の範囲内に収まる,小傾斜角に限定する. 例えば,

$$\beta = 1, \ \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \tan \theta \le 1 \quad \therefore \theta \le \frac{\pi}{4}$$

$$(12)$$

の設定範囲を意味する.

 θ だけ横傾斜したときの浮心位置 $B(\eta_B, \zeta_B)$ は、静水圧の圧力中心として、堀^{(4),(5)}によって求められている。図1に示すように、船底中央に原点 oを取り、浮体に固定して傾斜した $o-\eta \zeta$ 座標系で、直立時の吃水をd、半幅をbとしたとき、

$$\eta_{B} = \frac{b^{2}}{3d} \tan \theta$$

$$\zeta_{B} = \frac{d}{2} + \frac{b^{2}}{6d} \tan^{2} \theta$$
(13)

のように,得られている⁽⁴⁾. この結果は,附録に 示すように,横傾斜時の水面下の横断面形状であ る台形の図心を,面積モーメントから幾何学的に 求めた,(A-5)式の結果と一致しており,正しく, 周知の浮心位置と合致するものである.

ここに, (13)式において, *d* と*b* を, それぞれ,

に置き換えることにより、 $\eta_{\scriptscriptstyle B}, \zeta_{\scriptscriptstyle B}$ は、

$$\eta_{B} = \frac{\beta^{2} \tan \theta}{12\alpha} h$$

$$\zeta_{B} = \frac{\alpha h}{2} + \frac{\beta^{2} \tan^{2} \theta}{24\alpha} h$$

$$(15)$$

のように書くことができる. 重心*G*は,均質な 材質を仮定しているから,傾斜後も長方形断面の 図心 (=中心) に位置し, $\zeta_B \geq \zeta_G$ の和が $\frac{h}{2}$ にな なることを用いれば,図1の ζ_G は,

のように、求められる.

(11)

ここに、図1の傾斜状態を保持して浮くには、ま ず、浮心Bと重心Gが、同一鉛直線上に位置する 必要があるから、 η_B と ζ_G の間に、

$$\frac{\eta_B}{\zeta_G} = \tan \theta$$

$$\therefore \eta_B = \zeta_G \tan \theta$$

$$(17)$$

の関係を要求される. η_B, ζ_G に, (15), (16)式を 用いることにより,

$$\beta^{2} \tan^{2} \theta = 2 \left\{ 6\alpha (1-\alpha) - \beta^{2} \right\} \quad \cdots \cdots (18)$$

の関係式が得られる.これにより,所定の材質 α 式の η_{R} との三角比を用いて, と幅 β に対して, 傾斜姿勢 θ の正接は,

によって求められ,右辺の根号内が正になるとき, 傾斜角θの解が存在することになる. 結果は,五 +嵐ら⁽³⁾の(1-h)式や(4-f)式に一致する. これは, 分子の中括弧内が正値を取ること

$$6\alpha (1-\alpha) - \beta^2 > 0 \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (20)$$

を要求するものであるが、3章(2)式の直立状態で 安定する条件と,不等号が逆の条件式となってお り、本章での解析の正当性を、確認できる.

次に、上述の傾斜姿勢 θ が、安定であるか?を、 検討するために、メタセンター Mの位置決めをし ておく必要がある.

メタセンター半径 BM は,造船学の基本公式(6)

を使って、算定できる. I_{ct} は、水線面の Center *Line* に関する 2 次モーメント, V_w は 排水体積を 意味する.

分子の I_{ct} は、傾斜時の水線面が、長さL、幅 $\frac{\beta h}{\cos \theta}$ の長方形であるから,

$$I_{CL} = \frac{1}{12} \left(\frac{\beta h}{\cos \theta} \right)^3 L \qquad (22)$$

となる. 分母の V_w は, (5)式の A_w に, (9)式のdを用いることにより,

のように計算できる.

得られた $I_{CL} \ge V_w$ の結果を, (21)式に用いるこ とにより, BM は,

$$\overline{BM} = \frac{\frac{1}{12} \left(\frac{\beta h}{\cos \theta}\right)^3 L}{\alpha \beta h^2 L} = \frac{\beta^2}{12 \alpha \cos^3 \theta} h$$

 $\cdots (24)$ のように,算定できる.

$$\overline{BG} = \frac{\eta_B}{\sin\theta} = \frac{\beta^2}{12\alpha\cos\theta} h = \overline{BM}\cos^2\theta \cdots (25)$$

のように求まるから、メタセンター高さ \overline{GM} は、 (24)式から(25)式を減ずることにより、

のように、定めることができる.

この結果から、 \overline{GM} は、傾斜角 θ や、材質 α 、 幅βに依らず,正値を取って,メタセンター Mは 常に重心 G より上方に位置することになるから、 (19)式で決められる傾斜姿勢 θは、安定な状態で あることが分かる. 只,計算された θ が,仮定し た(11)式の小傾斜角の範囲内であることを,確認 する必要がある.

例えば、以下の状態では、(19)、(25)、(26)式によ Ŋ, 1 **–**)

$$\beta = 1, \ \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$
$$\therefore \ \overline{GM} = \overline{BG} = \frac{\sqrt{2}}{6}h$$

となる. これは,正方形断面の対角線が,水線と 一致した状態で浮いている場合に相当し, 傾斜角 θ も(12)式の設定範囲内であり, BG と GM も, 多くの教科書の例題^{(7),(8),(9)}に書いてある結果と 一致している.

また,図1は,

$$\alpha = 0.4, \ \beta = 1.1 \rightarrow \theta = 31.7^{\circ}$$

$$\therefore \ \overline{GM} = 0.113 \ h, \ \overline{BG} = 0.296 \ h$$

$$Z_f = 0.629 \ h$$

の状態を示したものであり、傾斜姿勢 θ や、B、 G, Mの位置も,正確に描画している.

(28)式中のZ_fは、右舷側の船底での水深で、

によって,計算したものである.

5. 安定姿勢 θ の計算結果

本章では、横傾斜して安定する姿勢 θの、幅 β や材質 α に対する依存性を把握する.

図 2 は、幅 β に対する依存性 (α を固定)を, 図 3 は、材質 α に対する依存性 (β を固定)を示 すために、(19)式の傾斜角 θ を *Excel* で計算した 結果である.

 $\theta = 0$ は、甲板が水平な状態で安定する (2)式の 不等号の限界点であり、図 2 の場合の β は(3)式に より、図 3 の α は(4)式によって求めた.

図 2, 図 3 とも, 材質のαと1-αの傾斜角θが 等しく得られているのは, (19)式の根号内の因数 からも分かる通りである.

なお,図2の α = 0.5 に対する β < 1, α = 0.4, 0.6 に対する β < 1.06, α = 0.3, 0.7 に対する β < 1.04の場合,置点できていないのは,(11)式の 小傾斜角の範囲を超えているためである.

同様な事情で、図3についても、 β = 1.10, 1.15, 1.20 の3 状態について置点しているのは、幅 β > 1.06 の場合、材質 α の全範囲に亙って、(11) 式の小傾斜角の範囲内に収まるからである.

本論で計算できていない,大傾斜角(甲板の一部 が水面に浸かったり,船底の一部が空中に浮いたり) の場合も含めた全ての傾斜状態について,五十嵐 $6^{(2),(3)}$ が詳細に解析し, $\alpha \ge \beta$ に対する依存性を, マップや表で整理し,実験でも検証して,完璧に 解明されているので,興味のある方は,是非ご一 読をお願いしたい.

図 4 は、材質を α = 0.5 に固定して、幅 β = 1.0、 1.1, 1.2, 1.3 のときの 4 状態の姿勢を、B, G, M の





位置も含めて、図示したもので、幅 β が広くなる に連れて、傾斜角 θ が小さくなる様子が分かる.

図 5 は、幅を β =1.06 に固定して、材質 α = 0.25, 0.3, 0.5, 0.7, 0.75 のときの5 状態の姿勢を 示す. 材質 α =0.5 を中心に、重くなったり、軽 くなったりするに連れて、吃水は増減するが、傾 斜角 θ は、対称に小さくなる様子が分かる.



図 4 材質 α = 0.5 で固定し,幅 β = 1.0, 1.1, 1.2, 1.3 のときの姿勢



図 5 幅を β=1.06 で固定し、材質 α=0.25, 0.3, 0.5, 0.7, 0.75 のときの姿勢



図 6 材質 α = 0.458, 幅 β = 1.15 の場合の実験(左)と計算(右)の比較

5. 実験による検証

図 6 は、材質 α = 0.458 、 幅 β = 1.15 の場合 について、模型実験(左)と計算結果(右)を、比較 したものである.

模型は、長さL=35.0 cm、深さh=10.0 cm、幅 $\beta h=11.5 cm$ 、重量W=1845 grfであり、ケミカ ルウッド 2 枚を上下に中央で貼り合わせて、(有) 宇宙模型で製作して頂いた. それを、小水槽に浮 かべて、確認実験を行なった.

傾斜姿勢について、実験はθ=27.5°,計算は、 (19),(25),(26),(29)式により、

$$\theta = 26.7^{\circ} (\alpha = 0.458, \beta = 1.15) \overline{GM} = 0.068 h, \overline{BG} = 0.269 h Z_f = 0.668 h$$
 (30)

である. 両者に1[°]程度の差はあるものの,実験の傾斜角 θ は,写真から $\tan \theta$ を計測して求めていることと,重心位置Gが模型の製作上,中心か

ら若干のズレを生じている可能性も考慮すれば, 本稿の計算が,実際の状態を正しく計算できてい ることを,検証できたと考える.

7. あとがき

本稿では,船の安定性理論を理解するために, 前報⁽¹⁾の延長線上の応用例題として,長方形断面 の柱状船の,横傾斜状態での安定姿勢を求解する 手法を,小傾斜角(甲板が水没せず,船底も浮上し ない)の範囲に限って,解り易く解説したつもり である.

今後,前報⁽¹⁾の基本例題から一歩進んで,この 分野を教える教員や,学ぶ学生諸君にとっての一 助にでもなれば,著者望外の幸に思う.

謝辞

本稿を閉じるに臨み,その内容を読んで,とて も感銘を受けた,防衛大学校の五十嵐 保 名誉教 授らの,貴重な論文2篇^{(2),(3)}に,敬意を表させて 頂きます.

終わりに,著者が自宅で論文を書いているとき, いつも横で見守ってくれている娘の愛美(White Swiss Shepherd Dog; 3 歳)に,感謝の言葉を伝 えたい.

参考文献

- (1) 堀 勉:「船の安定性理論」に関する一例題, 日本航海学会誌 NAVIGATION,第 217 号「解説・ 展望」,pp.39~46, 2021 年 7 月.
- (2) 五十嵐 保:静水に浮く角材の姿勢,日本流体 力学会誌「ながれ」,第 19 巻 4 号, pp.253~
 262,2000 年 8 月.
- (3) 五十嵐保,中村元:静水に浮く矩形断面柱の 姿勢解析,日本流体力学会誌「ながれ」,第26 巻6号,pp.393~400,2007年12月.
- (4) 堀 勉:静水圧の圧力積分による船の浮心位置の決定 一浮心=圧力中心の証明 一,日本航海学会誌NAVIGATION,第203号「研究・調査」, pp.88~92,2018年1月.
- (5) 堀 勉:静水圧の圧力積分による船の浮心位置の決定 その6:任意形状の没水体と浮体に対する証明-,日本航海学会誌 NAVIGATION,第215号「研究・調査」,pp.69~77,2021年1月.

- (6) 堀 勉:船のメタセンター半径 BM の導出に 関する一考察,日本航海学会誌 NAVIGATION, 創刊第 200 号記念号「研究・調査」,pp.75~ 79,2017年4月.
- (7) 杉原 喜義:理論運用学(船舶力学編),第3章 横復原力,海文堂,pp.58~59,1964年7月(初 版).
- (8) 明渡 範次:基本 航海力学,第3章 船舶の安定性,海文堂,pp.125~132,1983年6月(初版).
- (9) 大串 雅信:理論船舶工学(上巻)新訂版,第
 4.4節 横メタセンタおよび BM,問題2&3, 海文堂,pp.82~83,1971年6月(初版).

附録

横傾斜時の水面下の横断面形状である,台形の 図心 B'を,面積モーメントから,幾何学的に求め ておく.

図 A-1 に示すように,船底中央に原点oを配し, 浮体に固定して傾斜した $o-\eta\zeta$ 座標系で解析す ることにしよう. 直立時の吃水をd,半幅をb, 横傾斜角を θ とし,水面下の台形領域を,長方形 (図心 g_1)と三角形(図心 g_2)に,一点鎖線で分け て,考えよう.

長方形部分と三角形部分の面積を, A1, A2 と置



図 A-1 水面下の台形領域の図心 B'

$$A_{1} = 2b (d - b \tan \theta)$$

$$A_{2} = \frac{1}{2} \cdot 2b \cdot 2b \tan \theta = 2b^{2} \tan \theta$$

$$A_{1} + A_{2} = 2bd$$

$$\cdots \cdots (A-1)$$

のように求まる.

次に、
$$\eta$$
軸に関する面積モーメント M'_n は、

のように、 ζ 軸に関する面積モーメント M'_{ζ} は、

のように計算される.

台形の図心位置 B'の座標を $(\eta_{B'}, \zeta_{B'})$ とすれば、上記の面積モーメント M'_{η}, M'_{ζ} は、それぞれ、全面積とレバーの積として、

$$M'_{\eta} = (A_1 + A_2) \zeta_{B'} \\ M'_{\zeta} = (A_1 + A_2) \eta_{B'}$$
 (A-4)

のように書くことができるから, $\eta_{\scriptscriptstyle B'}, \zeta_{\scriptscriptstyle B'}$ は,

$$\eta_{B'} = \frac{M'_{\zeta}}{A_1 + A_2} = \frac{b^2}{3d} \tan \theta$$

$$\zeta_{B'} = \frac{M'_{\eta}}{A_1 + A_2} = \frac{d}{2} + \frac{b^2}{6d} \tan^2 \theta$$
....(A-5)

のように,決定される.

図 A-1 の g₁, B', g₂ は, この状態での正しい位 置を置点していて, 3 点は同一直線上に在る.

令和3年8月1日投稿



ットム **勉**

正会員 長崎総合科学大学工学部船舶工学コース教授(電851-0193 長崎市網場町 536) E-mail:HORI_Tsutomu@NiAS.ac.jp,HomePage:http://www.ship.nias.ac.jp/personnel/horiken/ 1987年 大阪大学大学院工学研究科造船学専攻博士後期課程修了,工学博士 所属学会:日本航海学会,日本船舶海洋工学会の各会員; 研究テーマ:水面波動力学

日本航海学会誌 NAVIGATION

令和3年10月 第218号

OCT 2021 No. 218

巻頭言 グレート・キャプテンの一生 / The Life of Grate Captain
新たな針路へ向けて 本学会の改革検討の取組みについて / A discussion for reformation of activity of JIN
特集 東京湾湾口におけるバーチャル AIS 航路標識設置後の交通流の変化について ~遭遇時における OZT 密度および船舶位置の変化~ / Change of Marine Traffic after Virtual AIS Buoy Setting About Ship Position and OZT Density at Encounter Situation 福田 厳・田丸 人意・庄司 るり / Gen FUKUDA, Hitoi TAMARU and Ruri SHOJI … (4) 伊勢湾口で受信した AIS データの解析 / Analysis of AIS Data Received at an Inlet of the Ise Bay
備讃瀬戸東航路周辺におけるこませ網漁船の操業ハザードマップの作製/Development of Hazard Map for Fishing Vessels in Bisan Seto East Traffic Route 」山崎 慎也・栗本 裕和・向井 利夫・寶珠山 輝生/Shinya YAMASAKI, Hirokazu KURIMOTO, Toshio MUKAI and Teruo HOUSYUYAMA … (15) 関門海峡の航行環境の変遷について/The Changes in the Marine Traffic Environment of the Kanmon Strait
福田 首寿/ Masatoshi SAKAIDE … (22) AIS Class B の受信可能海域の推定/ Coverage Area Estimation of AIS Class B Radio Wave 田中 隆博・山中 仁昭・山本 淳/ Takahiro TANAKA, Masaaki YAMANAKA and Atsushi YAMAMOTO … (35)
海事博物館紹介 対馬丸記念館の紹介/ Introduction of Tsushima-maru Memorial Museum種市 雅彦/ Masahiko TANEICHI … (41)
解説・展望 推測航法と Dead Reckoning / Japanese Term for Dead Reckoning
研究・調査 AIS 導入以降の VHF 帯無線チャンネル割当て変遷と今後 – 練習船における現状 – / Changes about Reallocation of Maritime VHF Band - Present Condition on Training Ships -
航海功績賞 2020 年度 日本航海学会航海功績賞 / JIN Navigational Achievement Award in 2020
事務局だより
投稿要領

日本航海学会 Japan Institute of Navigation

c/o Tokyo University of Marine Science and Technology, 1-6, Etchujima 2, Koto-ku, Tokyo, 135-8533 JAPAN

定価 2,000 円(税込)