

## 斜航する船に働く造波横力について

—斜航角に関する非線型影響—

正員 堀

勉\* 正員 田 中 一 朗\*\*

### On the Wave Making Lateral Force Acting on the Obliquing Ship Hull —A Non-linear Effect on the Drift Angle—

by Tsutomu HORI\*, *Member*  
Ichiro TANAKA\*\*, *Member*

#### Summary

This paper describes the characteristics of the wave making lateral force and the resistance acting on the obliquing ship hull, with attention to their dependency on the drift angle.

Firstly, the behavior of a solution of the low speed wave making theory for the body with small slenderness ratio is studied in the two dimensional problem for a floating horizontal elliptic cylinder as an example. The effects of the lifting flow with circulation on the wave generation are discussed supposing a flow field in which the circulation is attached around a obliquing vertical elliptic cylinder as an example.

Next, a numerical solution of the wave making lateral force and the resistance are obtained under the formulation of the low speed wave making theory for the floating prolate spheroid in the case that slenderness ratio is 0.25.

It is pointed out that a new non-linear effect on the drift angle, which is not explained by an asymptotic solution showed in the authors' previous paper<sup>15)</sup>, appears in the phenomena that the phases of the hump-hollow of the curves of the wave making lateral force and the resistance plotted on the base of the Froude's number are shifted toward the low speed side as the drift angle increases.

#### 1. 緒 言

定常斜航する船体に作用する横力の推定問題は、従来、船体の背面から流出する剝離渦による揚力成分が支配的流体力であるとの立場が取られ、井上ら<sup>1)2)</sup>は船体を小縦横比の長方形平板翼と見なすことによって、更に不破<sup>3)</sup>、溝口<sup>4)</sup>、松村ら<sup>5)</sup>は船体を細長体と見なすことによって、ともに自由渦の流出を考慮した横力の推定法を示した。これらの研究により、無限流体中を斜航する船体に働く横力の推定法は、ほぼ実用の域に達していると考えられる。

しかし、松本と末光<sup>6)</sup>が、水面上を斜航する船体に働く横力の造波影響を船側波形から推定したところ、船首部での横力分布に造波影響が顕著に現れることを報告しており、高精度に横力を推定するためには自由表面が存在することによる影響を考慮する必要があるように思われる。自由表面影響を考慮した横力推定の問題は、西山<sup>7)</sup>によって、線型造波抵抗理論の立場から非対称流場での横方向の造波抵抗という形で論じられたのを始めとし、花岡<sup>8)</sup>に

\* 九州大学 応用力学研究所 津屋崎海洋災害実験所

(研究当時：大阪大学大学院工学研究科造船学専攻博士課程在学)

\*\* 大阪大学 工学部 造船学教室

よって、薄翼理論に自由渦の流出と造波の影響を同時に考慮した形で取り扱われた。その後、野中<sup>9)</sup>が花岡の方法を用いた計算を行い、更に柏木<sup>10)</sup>はこの方法を非定常斜航する場合に拡張し、ともに横力に対する自由表面影響について論じた。しかし、薄翼理論を基礎とした方法では、無限流体中の横力分布を精度良く推定できないため、横力の造波成分の推定精度にも問題が残るように思われる。また、最近では Xia と Larsson<sup>11)</sup>によって、lifting potential flow を基底とした Dawson 法による数値計算結果も報告されている。

一方、無限流体中の船体周りの横力分布は、比較的低速で斜航角が小さい場合には、船尾部を除けば、三次元剝離の影響を無視し二重模型周りの流れとして解析しても十分表現できることを考えると、横力推定に際しても二重模型周りの流場を基礎とし、その上で波動に基づく流場を考えれば良いものと思われる。造波抵抗の分野では、このような立場から導かれた Ogilvie<sup>12)</sup>、馬場<sup>13)</sup>、丸尾<sup>14)</sup>の低速造波理論が造波抵抗の算定に対して十分な成果を収めており、斜航時の横

力を推定する問題でも、造波影響を考慮する場合には低速造波理論を適用することにより、その成果が期待される。また、低速造波理論では後続自由波の振幅関数が比較的簡単に求められるため、造波に基づく横力を推定するに際しても、造波現象の解明を飛躍的に進歩させた振幅関数のレベルから論ずることができる。

著者らは以上のような状況から、斜航船体に働く横力の推定問題を、自由表面を考えない剝離渦による横力と造波による横力とは互いに分離でき、斜航時の横力解析にも、直進時の抵抗解析に見られる成分分離が可能であるとの立場を取ることにし、斜航時の横力の造波成分（以下、造波横力と称す）に限定して論ずる。前報<sup>15)</sup>では、このような観点から、肥大船型に対する造波横力の定性的側面を把握することを目的に、半没回転楕円体と無限喫水の直立楕円柱を例に採り、斜航角・船速ともに小さいとして、直進時に対して馬場<sup>16)</sup>、丸尾<sup>17)</sup>によって示された低速造波理論に基づく漸近展開法を斜航時に拡張して解析を行い、非対称流場における振幅関数のレベルから、造波横力には基礎流場と波の伝播方向の2つの斜航成分があることや、通常の揚力とは逆向きに生ずる傾向があるなど、ある程度の知見を得た (Fig. 1)。ただ、得られた漸近解が非一様解となっていることから、低速であっても細長比が小さくなると造波横力が非現実的な値を示すことや、揚力を発生する流れ場が造波に及ぼす影響を考慮に入れていないなどの問題点も残った。

本論文では、これらの点に関して予備的な検討を加えた上、細長比 1/4 の半没回転楕円体を対象に、低速造波理論の定式化のもとに造波横力ならびに造波抵抗の数値解を求めたところ、漸近解では捉え切れなかった斜航角に関する新たな非線型影響が存在することも分かったので、不十分な部分もあるがここに御報告し、諸兄の御批判を仰ぐ次第である。

## 2. 細長比が小さい場合の予備的考察

細長比が小さい場合の低速造波理論の解の挙動について、水平な半没楕円柱を例に採り、2次元問題で検討する。

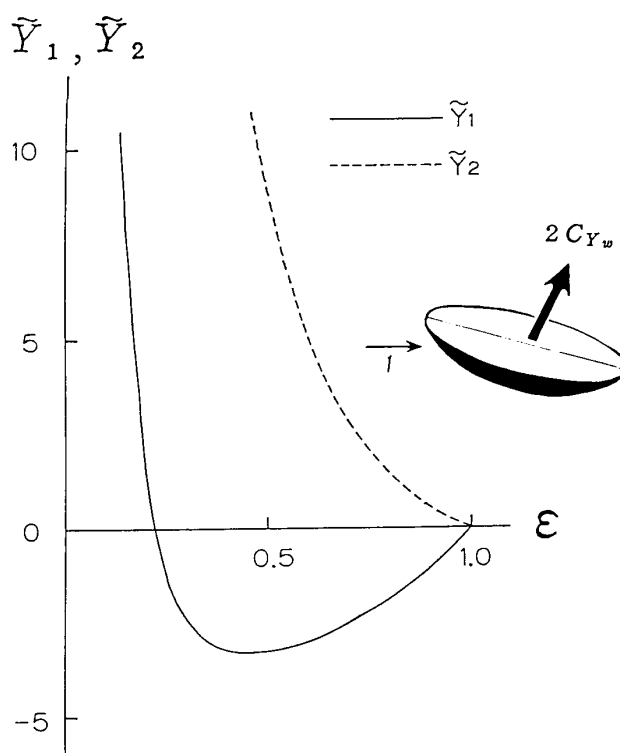


Fig. 1 Lateral force  $C_{Y_w}$  for the prolate spheroids versus the slenderness ratio  $\epsilon$ , where

$$C_{Y_w} = \beta F_n^6 \tilde{Y}_1 + \beta F_n^7 \sqrt{\pi} \tilde{Y}_2 \sin\left(\frac{1}{F_n^2} + \frac{\pi}{4}\right).$$

Fig. 2 に示すように  $x-z$  座標系を取り, 半船長  $l$ , 一様流速  $U_\infty$  で無次元化を行うことにより, 船長 2, 喫水  $\varepsilon$  の半没楕円柱に大きさ 1 の流れが当たる場合を考える。このとき, 喫水  $\varepsilon$  は 3 次元問題のときの細長比に相等する。

2 次元定常造波問題では, 後流での自由波の挙動は,

$$\zeta_w \underset{x \rightarrow \infty}{\sim} \text{Real}[\bar{H}e^{i\gamma_0 x}] \quad (1)$$

の形で表され, 造波抵抗  $R_w$  は無次元表示で

$$\begin{aligned} C_w &\equiv \frac{R_w}{\rho U_\infty^2 l} \\ &= \frac{1}{4} \gamma_0 |H|^2 \end{aligned} \quad (2)$$

のように自由波の振幅の自乗で表わされる。ここに,  $\gamma_0$  は半船長  $l$  を基準にした無次元波数であり, 全船長  $L = 2l$  を基準にした通常の意味でのフルード数  $F_n = U_\infty / \sqrt{gL}$  と無次元波数  $K_0 L$  との関係は

$$\gamma_0 = \frac{gl}{U_\infty^2} = \frac{1}{2F_n^2} = \frac{1}{2} K_0 L \quad (3)$$

となっている。ただし, (1)~(3) 式において,  $g$  は重力加速度,  $\rho$  は流体密度,  $\bar{H}$  は  $H$  の複素共役値を意味し,  $\text{Real}$  は実部を取るものとする。

自由波の振幅関数  $H$  を低速造波理論に従って求めると, 3 次元の場合の馬場<sup>13)</sup>, 丸尾<sup>14)</sup> の近似解に相等する 2 次元解として

$$\begin{aligned} H &\equiv P + iQ \\ &= -2 \left( \int_{-\infty}^{-1} + \int_1^{\infty} \right) D(x) e^{i\gamma_0 x} dx \end{aligned} \quad (4)$$

を得る。ここに,  $D$  関数は二重模型流れによる基礎流場特性を表す関数であり, 2 次元の場合,

$$D(x) = \frac{\partial}{\partial x} (u_r \zeta_r) \quad (5)$$

で与えられる。ただし,  $u_r$  は二重模型流れによる静止水面 ( $z = 0$ ) 上での  $x$  方向の流速,  $\zeta_r$  はそれによる局所的な波高であり,  $u_r$  との関係は

$$\zeta_r = \frac{1}{2\gamma_0} (1 - u_r^2) \quad (6)$$

である。

半没楕円柱の場合, 前後対称であるから  $P = 0$  となり,  $Q$  は結局,

$$Q = 4\gamma_0 \int_1^{\infty} u_r \zeta_r \cos(\gamma_0 x) dx \quad (7)$$

を計算すれば求め得る。解析の便利のため

$$x = \sqrt{1 - \varepsilon^2} \cosh \hat{\xi} \quad (8)$$

によって,  $z = 0$  なる静止水面上での変数を  $x$  から楕円座標  $\hat{\xi}$  に変換すると, 船尾端の座標  $x = 1$  は  $\hat{\xi}_0 = \tanh^{-1} \varepsilon$

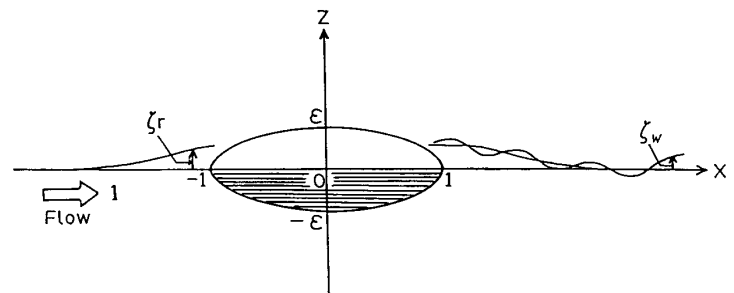


Fig. 2 Coordinate system and definitions of some basic quantities for two-dimensional case.

に対応する。 $\varepsilon \rightarrow 0$ での漸近挙動を調査し易くするために、船尾近傍で  $O(1)$  となるように引き延ばした変数

$$\tilde{\xi} \equiv \hat{\xi} / \varepsilon \quad (9)$$

を定義し、二重模型流場の特性量  $u_r \zeta_r$  を  $\varepsilon$  で展開すると

$$u_r \zeta_r \underset{\varepsilon \rightarrow 0}{\sim} F_n^2 \left( \frac{2}{\tilde{\xi}} - \frac{3}{\tilde{\xi}^2} + \frac{1}{\tilde{\xi}^3} \right) + \dots \quad (10)$$

となり、喫水  $\varepsilon$  が非常に小さくなった場合、船首ならびに船尾近傍での造波干渉のみが自由波の振幅に寄与することが分かる。このとき、船尾端での座標  $\tilde{\xi}_0 = \hat{\xi}_0 / \varepsilon$  ならびに水面上での線素  $dx$  はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\xi}_0 &\underset{\varepsilon \rightarrow \infty}{\sim} 1 + O(\varepsilon^2) \\ dx &\underset{\varepsilon \rightarrow 0}{\sim} \varepsilon^2 \tilde{\xi} d\tilde{\xi} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

と展開される。また、位相関数は

$$\gamma_0 x \underset{\varepsilon \rightarrow 0}{\sim} \gamma_0 + \nu_0^2 (\tilde{\xi}^2 - 1) + \dots \quad (12)$$

と展開されることから、喫水  $\varepsilon$  とフルード数  $F_n$  が共に小さい場合、低速造波理論の解の挙動は、

$$\nu_0 \equiv \frac{\varepsilon}{2F_n} \quad (13)$$

で定義されるフルード数に対する相対的な喫水を意味する  $\nu_0$  なるパラメタに支配されることが分かる。したがって

$$\left. \begin{aligned} I_s \\ I_c \end{aligned} \right\} \equiv 2\varepsilon^2 \int_1^\infty \left( 2 - \frac{3}{\tilde{\xi}} + \frac{1}{\tilde{\xi}^2} \right) \begin{Bmatrix} \sin(\nu_0^2 \tilde{\xi}^2) \\ \cos(\nu_0^2 \tilde{\xi}^2) \end{Bmatrix} d\tilde{\xi} \quad (14)$$

と定義すると、自由波の振幅  $Q$  は  $\varepsilon \rightarrow 0$  のとき、

$$Q \underset{\varepsilon \rightarrow 0}{\sim} I_c \cdot \cos(\gamma_0 - \nu_0^2) - I_s \cdot \sin(\gamma_0 - \nu_0^2) \quad (15)$$

となる。(14) 式を実際に積分すると

$$I_s = 4F_n \varepsilon \cdot \left[ 2S(\nu_0) + \frac{3}{2} \nu_0 \cdot si(\nu_0^2) + \nu_0 \cdot \sin(\nu_0^2) + 2\nu_0^2 \cdot C(\nu_0) \right] \quad (16)$$

$$I_c = 4F_n \varepsilon \cdot \left[ 2C(\nu_0) + \frac{3}{2} \nu_0 \cdot ci(\nu_0^2) + \nu_0 \cdot \cos(\nu_0^2) - 2\nu_0^2 \cdot S(\nu_0) \right] \quad (17)$$

を得る。ただし、 $S$ 、 $C$  は Fresnel 関数、 $si$  は積分正弦関数、 $ci$  は積分余弦関数であり、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} S(x) &\equiv \int_x^\infty \sin(\xi^2) d\xi, & C(x) &\equiv \int_x^\infty \cos(\xi^2) d\xi \\ si(x) &\equiv -\int_x^\infty \frac{\sin \xi}{\xi} d\xi, & ci(x) &\equiv -\int_x^\infty \frac{\cos \xi}{\xi} d\xi \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

と定義されている。

波振幅  $Q$  に対する (15) 式は単に  $\varepsilon \rightarrow 0$  の漸近解であり、 $F_n \rightarrow 0$  の前提の下でも  $\nu_0$  をパラメタとして次の3つの極限形が考えられる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \text{(i)} \quad \nu_0 \rightarrow \infty & \quad (\varepsilon \gg F_n) \\ \text{(ii)} \quad \nu_0 = O(1) & \quad (\varepsilon \approx 1) \\ \text{(iii)} \quad \nu_0 \rightarrow 0 & \quad (\varepsilon \ll F_n) \end{aligned} \right\} \begin{pmatrix} \varepsilon \rightarrow 0 \\ F_n \rightarrow 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

の場合である。(ii)の場合に解析的手法を導入することは困難であり、数値解法に頼らざるを得ないと考えられる

から、ここでは (i) と (iii) の場合について考察を加える。

(i) の  $\nu_0 \rightarrow \infty$  の場合、(18) 式で定義される諸関数は

$$\left. \begin{aligned} S(x) &\underset{x \rightarrow \infty}{\sim} \left( \frac{1}{2x} - \frac{3}{8x^5} + \dots \right) \cos(x^2) + \left( \frac{1}{4x^3} - \frac{15}{16x^7} + \dots \right) \sin(x^2) \\ C(x) &\underset{x \rightarrow \infty}{\sim} - \left( \frac{1}{2x} - \frac{3}{8x^5} + \dots \right) \sin(x^2) + \left( \frac{1}{4x^3} - \frac{15}{16x^7} + \dots \right) \cos(x^2) \\ si(x) &\underset{x \rightarrow \infty}{\sim} - \left( \frac{1}{x} - \frac{2}{x^3} + \dots \right) \cos x - \left( \frac{1}{x^2} - \frac{6}{x^4} + \dots \right) \sin x \\ ci(x) &\underset{x \rightarrow \infty}{\sim} \left( \frac{1}{x} - \frac{2}{x^3} + \dots \right) \sin x - \left( \frac{1}{x^2} - \frac{6}{x^4} + \dots \right) \cos x \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

のような振舞を示す。この性質を用いて計算すると、(16), (17) 式より  $I_s$  と  $I_c$  の挙動は

$$\left. \begin{aligned} I_s &\underset{\nu_0 \rightarrow \infty}{\sim} -8 \frac{F_n^4}{\varepsilon^2} \sin(\nu_0^2) \\ I_c &\underset{\nu_0 \rightarrow \infty}{\sim} -8 \frac{F_n^4}{\varepsilon^2} \cos(\nu_0^2) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

と求まるので、波振幅  $Q$  は (15) 式より、 $\nu_0 \rightarrow \infty$  のとき

$$Q \underset{\nu_0 \rightarrow \infty}{\sim} -8 \frac{F_n^4}{\varepsilon^2} \cos(1/2F_n^2) \quad (22)$$

となり、造波抵抗係数  $C_w$  は (2) 式により、漸近的に

$$C_w \underset{\nu_0 \rightarrow \infty}{\sim} 4 \frac{F_n^6}{\varepsilon^4} + 4 \frac{F_n^6}{\varepsilon^4} \cos(1/F_n^2) \quad (23)$$

となる。一方、前報<sup>15)</sup>で示した部分積分による低速漸近解は二次元的には

$$Q \underset{F_n \rightarrow 0}{\sim} -8F_n^2 \cdot \cos(1/2F_n^2) \cdot D(x)]_{x=1} = -8F_n^2 \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon^2} \cos(1/2F_n^2) \quad (24)$$

となり、これは  $\varepsilon \rightarrow 0$  のとき

$$Q \underset{\substack{F_n \rightarrow 0 \\ \varepsilon \rightarrow 0}}{\sim} -8 \frac{F_n^4}{\varepsilon^2} \cos(1/2F_n^2) \quad (25)$$

となるから、造波抵抗係数として

$$C_w \underset{\substack{F_n \rightarrow 0 \\ \varepsilon \rightarrow 0}}{\sim} 4 \frac{F_n^6}{\varepsilon^4} + 4 \frac{F_n^6}{\varepsilon^4} \cos(1/F_n^2) \quad (26)$$

を得る。このように前報<sup>15)</sup>で示した方法による漸近解(26)は、 $\varepsilon \rightarrow 0$ の極限で本章の  $\nu_0 \rightarrow \infty$ の下に求めた漸近解(23)と一致する。したがって、(24)式の漸近解は  $\varepsilon = O(1)$ の場合も含め、 $\varepsilon \gg F_n$ の枠内では正当な解であることが分かる。このことは、前報<sup>15)</sup>で示した3次元の場合の解も  $\varepsilon \gg F_n$ という制限を守りさえすれば、妥当な漸近解であることを教えている。しかし、上記いずれの解にしても  $\varepsilon$  と  $F_n$  に関して非一様な挙動を示すため、 $F_n$  を固定し  $\varepsilon \rightarrow 0$  とすると発散する結果を招く。

ところが、同じ  $\varepsilon \rightarrow 0$  とする場合でも (iii) の  $\nu_0 \rightarrow 0$  の場合には、(18) 式の諸関数は

$$\left. \begin{aligned} S(x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{3} x^3 + \dots \\ C(x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} - x + \dots \\ si(x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} -\frac{\pi}{2} + x + \dots \\ ci(x) &\underset{x \rightarrow 0}{\sim} \log_e x + \gamma - \frac{x^2}{4} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

ただし,  $\gamma = 0.57721 \dots$  (Euler 定数)

のような振舞を示す。したがって, (16), (17) 式より  $I_s, I_c$  の挙動として

$$\left. \begin{aligned} I_s &\underset{\nu_0 \rightarrow 0}{\sim} 4F_n \varepsilon \cdot \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2}} + O(\nu_0) \right\} \\ I_c &\underset{\nu_0 \rightarrow 0}{\sim} 4F_n \varepsilon \cdot \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2}} + 3\nu_0 \log_e \nu_0 + O(\nu_0) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

を得, 結果として波振幅  $Q$  は, (15) 式より  $\nu_0 \rightarrow 0$  のとき

$$Q \underset{\nu_0 \rightarrow 0}{\sim} \sqrt{8\pi} F_n \varepsilon \cdot (\cos \gamma_0 - \sin \gamma_0) + O(\varepsilon^2 \log_e \nu_0) = 4\sqrt{\pi} F_n \varepsilon \cdot \cos \left( \frac{1}{2F_n^2} + \frac{\pi}{4} \right) + \dots \quad (29)$$

となるから, 造波抵抗係数として

$$C_w \underset{\nu_0 \rightarrow 0}{\sim} \pi \varepsilon^2 - \pi \varepsilon^2 \sin(1/F_n^2) \quad (30)$$

を得る。したがって  $\nu_0 \rightarrow 0$  の場合には  $C_w = O(\varepsilon^2)$  であり,  $\varepsilon \rightarrow 0$  としたとき造波抵抗係数  $C_w$  はフルード数に拘わらず  $C_w \rightarrow 0$  となるから, 細長比がゼロの場合にも合理性を持つ解が得られている。

このように,  $\varepsilon \rightarrow 0$  の場合について低速造波理論を適用すること自体に何ら問題はなく, ただ前報<sup>15)</sup>で示した漸近解では  $\nu_0 \rightarrow 0$  の場合を扱えないに過ぎないと結論される。このことは波源である  $D$  関数が先端部で  $\varepsilon$  に関して一様な展開ができないにも拘わらず, フルード数に関する最低次の項のみをもって解としたことに原因がある。したがって, 3次元の場合にもこのような展開を行うことなく数値的に直接積分を行うなどすれば, 細長比が小さい場合にも妥当な解が得られると推察される。

### 3. 揚力を発生する流れ場が造波に及ぼす影響の考察

前報<sup>15)</sup>で行った解析では, 二重模型周りの流れとして, 剥離を生じないポテンシャル的な流れを用いてきたため, 無限流体中では揚力を生じない流れになっていた。しかし, 一方において揚力の発生源と考えられる剥離渦や二次元流れでの循環流れなどからも波が生成され, 当然それは造波に基づく横力や抵抗にも影響を及ぼすと考えられる。ここでは最も単純な場合とし

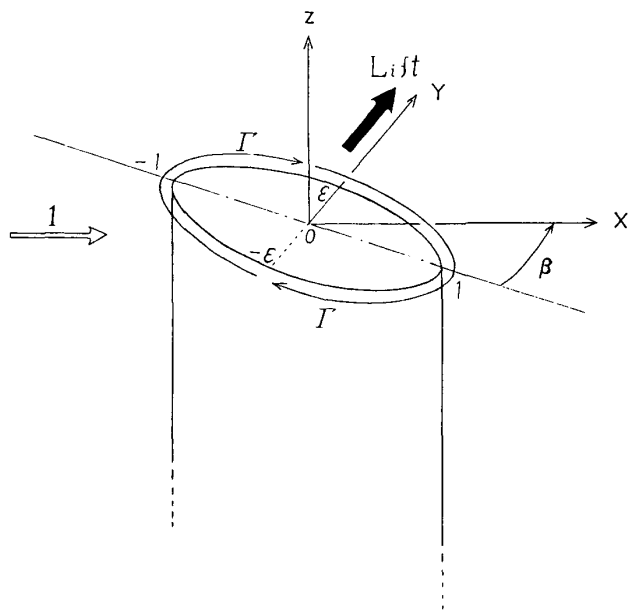


Fig. 3 Coordinate system and definitions of some basic quantities for the elliptic cylinder with circulation.

て、前報<sup>15)</sup>でも扱った二次元的な無限噴水の直立楕円柱周りに循環流れを付加した上で、この干渉影響について前報<sup>15)</sup>と同様に低速造波理論に基づく漸近展開の手法を用いて若干の考察を加える。

Fig. 3 に示すように  $O-XYZ$  座標系を取り、前章と同様に半船長  $l$  と一様流速  $U_\infty$  で無次元化を行い、大きさ 1 の流れの中に長さ 2、幅  $2\varepsilon$ 、噴水  $\infty$  の直立楕円柱が一様流の  $X$  軸方向に対して  $\beta$  だけ斜航角を付けて置かれ、この周りに循環流れが付加された場合を想定する。

ここに、本章での解析を容易にするため  $O-XYZ$  座標系を  $Z$  軸を中心にして時計方向に  $\beta$  だけ回転させ、 $x$  軸を船長方向と一致させた  $(x, y)$  座標を基準にして

$$\left. \begin{aligned} x &= \xi \cos \eta \\ y &= \sqrt{\xi^2 - (1 - \varepsilon^2)} \sin \eta \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

で定義される楕円座標  $(\xi, \eta)$  を導入する。

このとき、時計回りの循環  $\Gamma$  を伴った二重模型流れの速度ポテンシャル  $\phi_r$  は

$$\phi_r = \frac{1}{1 - \varepsilon} [\xi - \varepsilon \sqrt{\xi^2 - (1 - \varepsilon^2)}] \cos(\eta - \beta) - \frac{\Gamma}{2\pi} \eta \quad (32)$$

であるから、柱面 ( $\xi = 1$ ) 上でのポテンシャルならびに周方向の流速はそれぞれ

$$\phi_r|_{\xi=1} = (1 + \varepsilon) \cos(\eta - \beta) - \frac{\Gamma}{2\pi} \eta \quad (33)$$

$$\begin{aligned} q_\eta|_{\xi=1} &= \left. \frac{\partial \phi_r}{h_\eta \partial \eta} \right|_{\xi=1} \\ &= \frac{1}{\tau(\eta)} \left[ \frac{\Gamma}{2\pi} - (1 + \varepsilon) \sin(\beta - \eta) \right] \end{aligned} \quad (34)$$

となる。ただし、(34) 式において  $h_\eta$  は  $\eta$  方向の測度係数であり、 $\tau$  は

$$\tau(\eta) \equiv \sqrt{\sin^2 \eta + \varepsilon^2 \cos^2 \eta} \quad (35)$$

と定義したものである。

流れが楕円柱の後端を回り込むことなく後端から滑らかに流れ去るといふ、翼のような尖後端に対する Kutta の条件 ( $q_\eta|_{\xi=1} = 0$ ) を適用して循環強さ  $\Gamma$  を決定することにすると、(34) 式より

$$\Gamma = 2\pi(1 + \varepsilon) \sin \beta \quad (36)$$

となり、斜航角  $\beta$  が小さいときには  $\beta$  程度の循環が存在することになる。

このとき、前章の  $\nu_0 \rightarrow \infty$  の場合に相等する

$$(F_n/\varepsilon)^2 \ll \beta \ll \varepsilon \ll 1 \quad (37)$$

の仮定のもとに、基礎流場特性を端的に表す噴水線上での  $\bar{D}$  関数 ( $\bar{D} \equiv D/F_n^2$ ) を  $\beta$  について展開すると、

$$\begin{aligned} \bar{D}(\xi, \eta)|_{\xi=1} &= -2q_\eta^2 \left. \frac{\partial q_\eta}{h_\eta \partial \eta} \right|_{\xi=1} \\ &\underset{\substack{F_n \rightarrow 0 \\ \beta \rightarrow 0}}{\sim} \frac{2(1 + \varepsilon)^3}{\varepsilon^6} \cdot \left[ \varepsilon^2 \sin^2 \eta \cos \eta + \beta \cdot \left[ \underbrace{\sin \eta (\sin^2 \eta - 2\varepsilon^2 \cos^2 \eta)}_{\text{波線}} + \underbrace{\sin \eta \cos \eta (2\varepsilon^2 - (1 - \varepsilon^2) \sin^2 \eta)}_{\text{波線}} \right] + \dots \right] \\ &\equiv \bar{D}^{(0)} + \beta \cdot [\underbrace{\bar{D}^{(1)} + \bar{D}^{(r)}}_{\text{波線}}] + \dots \end{aligned} \quad (38)$$

となり、波線を施した循環流れに基づく  $\bar{D}^{(r)}$  はポテンシャル流れに基づく  $\bar{D}^{(0)} + \beta \bar{D}^{(1)}$  (前報<sup>15)</sup> の Eq. (37) & (38)

と一致) と分離された形で  $O(\beta)$  の項として求まる。

ここに、前報<sup>15)</sup> と全く同様に、部分積分によって振幅関数の最低次の項を取り、喫水線上  $\eta$  に関する積分の停留点  $\eta_1$  が船長を基準に測った素成波の伝播方向  $\theta$  との間に

$$\tan \eta_1 = \varepsilon \tan \theta \quad (39)$$

なる関係を有することをを用いて停留位相法によって積分を評価する。このとき、振幅関数のうち循環流れによる  $\tilde{H}^{(\gamma)} \equiv H^{(\gamma)}/F_n^5$  だけを取り出すと、

$$\tilde{H}^{(\gamma)}(\theta) \underset{F_n \rightarrow 0}{\sim} 2\beta\varepsilon \frac{\cos^3(\theta-\beta)}{\sqrt{\pi\sigma^3}} \tilde{D}^{(\gamma)}(\theta) \sin \left\{ \frac{1}{2F_n^2} \sigma \sec^2(\theta-\beta) - \frac{\pi}{4} \right\} \quad (40)$$

となる。ここに、(40) 式において  $\tilde{D}^{(\gamma)}$ 、 $\sigma$  はそれぞれ

$$\begin{aligned} \tilde{D}^{(\gamma)}(\theta) &\equiv \tilde{D}^{(\gamma)}(\xi, \eta) \Big|_{\eta=\eta_1(\theta)}^{\xi=\xi_1(\theta)} \\ &= \frac{2(1+\varepsilon)^3}{\varepsilon^3} \sigma^2 \sin \theta \cos \theta \cdot \{2-3(1-\varepsilon^2) \sin^2 \theta\} \end{aligned} \quad (41)$$

$$\sigma(\theta) \equiv \sqrt{\cos^2 \theta + \varepsilon^2 \sin^2 \theta} \quad (42)$$

と定義したものである。(40) 式は実数となっているから循環成分による波形は  $\cos$  波 ( $\tilde{P}$  波) となるのに対し、ポテンシャル成分による振幅関数は前報<sup>15)</sup> で示したように純虚数であり  $\sin$  波 ( $\tilde{Q}$  波) を表すから、互いに位相が  $\pi/2$  だけずれて生ずることが分かる。また、

$$|\tilde{H}(\theta)|^2 = \{\tilde{P}(\theta)\}^2 + \{\tilde{Q}(\theta)\}^2 \quad (43)$$

であることから、循環流れによって生ずる造波横力ならびに造波抵抗がポテンシャル成分によるものと分離され、単に  $\tilde{P}^2$  からの寄与を加え合わせることによって求まることを示している。したがって  $\tilde{P}$  が  $O(\beta)$  であるから、振幅関数に及ぼす循環流れの影響は  $O(\beta^2)$  となる。

このような観点から、循環流れが造波横力ならびに造波抵抗に及ぼす影響を見積もってみると、

$$C_{Y_w}^{(\gamma)} = \beta^3 F_n^6 \tilde{Y}_1^{(\gamma)} \quad (44)$$

$$\text{ただし、} \quad \tilde{Y}_1^{(\gamma)} = -16 \frac{(1+\varepsilon)^6}{\varepsilon^4} \cdot \left[ \begin{array}{l} 4I_{2,1} - 4(7-3\varepsilon^2)I_{4,1} + 3(23-22\varepsilon^2+3\varepsilon^4)I_{6,1} \\ -36(2-3\varepsilon^2+\varepsilon^4)I_{8,1} + 27(1-2\varepsilon^2+\varepsilon^4)I_{10,1} \end{array} \right] \quad (45)$$

$$C_{X_w}^{(\gamma)} = \beta^2 F_n^6 \tilde{X}_1^{(\gamma)} \quad (46)$$

$$\text{ただし、} \quad \tilde{X}_1^{(\gamma)} = 16 \frac{(1+\varepsilon)^6}{\varepsilon^4} \cdot \left[ \begin{array}{l} 4I_{2,1} - 4(5-3\varepsilon^2)I_{4,1} + (37-42\varepsilon^2+9\varepsilon^4)I_{6,1} \\ -6(5-8\varepsilon^2+3\varepsilon^4)I_{8,1} + 9(1-2\varepsilon^2+\varepsilon^4)I_{10,1} \end{array} \right] \quad (47)$$

となり、横力  $C_{Y_w}^{(\gamma)}$ 、抵抗  $C_{X_w}^{(\gamma)}$  とともにフルード数に関する変動はない。ここに  $I_{m,n}$  は前報<sup>15)</sup> で導入した関数で

$$\left. \begin{aligned} I_{m,n} &\equiv \int_0^1 u^m \cdot \sqrt{1-c^2 u^2}^n du \\ &\text{ただし、} c = \sqrt{1-\varepsilon^2} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

と定義されている。ただ、 $I_{10,1}$  に対する表示式は前報の付録<sup>15)</sup> にも与えていないので、ここに記すと

$$I_{10,1} = -\frac{1}{7680} \left( 640 + \frac{576}{c^2} + \frac{504}{c^4} + \frac{420}{c^6} + \frac{315}{c^8} \right) \frac{\varepsilon^3}{c^2} + \frac{21}{1024} \cdot \frac{\varepsilon}{c^{10}} + \frac{21}{1024} \cdot \frac{\text{Sin}^{-1} c}{c^{11}}$$

$$\sim \begin{cases} \frac{1}{11} & (\varepsilon \rightarrow 1) \\ \frac{21}{2948} \pi & (\varepsilon \rightarrow 0) \end{cases} \quad (49)$$

である。このことから、循環流れの及ぼす影響は造波横力係数  $C_{Y_w} \equiv Y_w / \left\{ \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 (2l)^2 \right\}$  には  $O(\beta^3)$  で、造波抵抗係数  $C_{X_w} \equiv X_w / \left\{ \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 (2l)^2 \right\}$  には  $O(\beta^2)$  でしか効かず、それぞれ

$$C_{Y_w} \underset{\substack{F_n \rightarrow 0 \\ \beta \rightarrow 0}}{\sim} \beta F_n^6 \cdot \{ \tilde{Y}_1 + \beta^2 \tilde{Y}_1^{(*)} \} + \dots \quad (50)$$

$$C_{X_w} \underset{\substack{F_n \rightarrow 0 \\ \beta \rightarrow 0}}{\sim} F_n^6 \cdot \{ \tilde{X}_1 + \beta^2 \tilde{X}_1^{(*)} \} + \dots \quad (51)$$

と表示できることから、ポテンシャル成分に基づく造波流体力  $\tilde{Y}_1, \tilde{X}_1$  (前報<sup>15)</sup> の Eq. (100) & (101) に示す) に比して、循環流れに基づく力は横力・抵抗とも斜航角  $\beta$  に関して2次ずつ高次の項として現れてくるに過ぎず、摂動論的には小さな量であると言える。

ただ、 $C_{Y_w}$  に関する  $O(\beta^3)$  の項や  $C_{X_w}$  に関する  $O(\beta^2)$  の項は循環流れだけから生ずる訳ではなく、ポテンシャル成分に基づく高次項からも生ずるはずである。したがって、本章の議論から高次項そのものに対する量的な検討は加えられないにしても、循環流れによって  $C_{Y_w}$  や  $C_{X_w}$  が増える傾向にあるのか、減る傾向にあるのかは論ぜられるはずである。この要求に対する目安を得る目的で、 $\tilde{Y}_1^{(*)}$  及び  $\tilde{X}_1^{(*)}$  の  $\varepsilon \rightarrow 1$  (円柱極限) 並びに  $\varepsilon \rightarrow 0$  (平板極限) での漸近挙動を調査すると

$$\tilde{Y}_1^{(*)} \sim \begin{cases} \frac{16384}{105} & (\varepsilon \rightarrow 1) \\ -\frac{31}{128} \cdot \frac{\pi}{\varepsilon^4} & (\varepsilon \rightarrow 0) \end{cases} \quad (52)$$

$$\tilde{X}_1^{(*)} \sim \begin{cases} \frac{32768}{105} & (\varepsilon \rightarrow 1) \\ \frac{61}{128} \cdot \frac{\pi}{\varepsilon^4} & (\varepsilon \rightarrow 0) \end{cases} \quad (53)$$

のようになり、 $\tilde{X}_1^{(*)}$  は両極限ともに正値を取るのに対し、 $\tilde{Y}_1^{(*)}$  は両極限で符号の逆転が起こっているが、その絶対値はともに  $\tilde{X}_1^{(*)}$  の半分程度に過ぎないことが分かる。この現象の詳細を理解するため、Fig. 4 に、横軸に細長比を取り、(50)、(51)両式の括弧内の値が斜航角  $\beta$  につれて変化する様子を示す。斜航角  $\beta$  ごとの曲線は、実線がポテンシャル成分のみの場合を、点線が  $\beta = 10^\circ$ 、一点鎖線が  $\beta = 20^\circ$  に対応する循環を伴った場合である。横力の値が負になっているが、これは造波横力が通常の揚力とは逆向きに生じていることを意味する。この結果から、循環流れの影響によって、造波抵抗は細長比の如何に拘わらず、斜航角の増

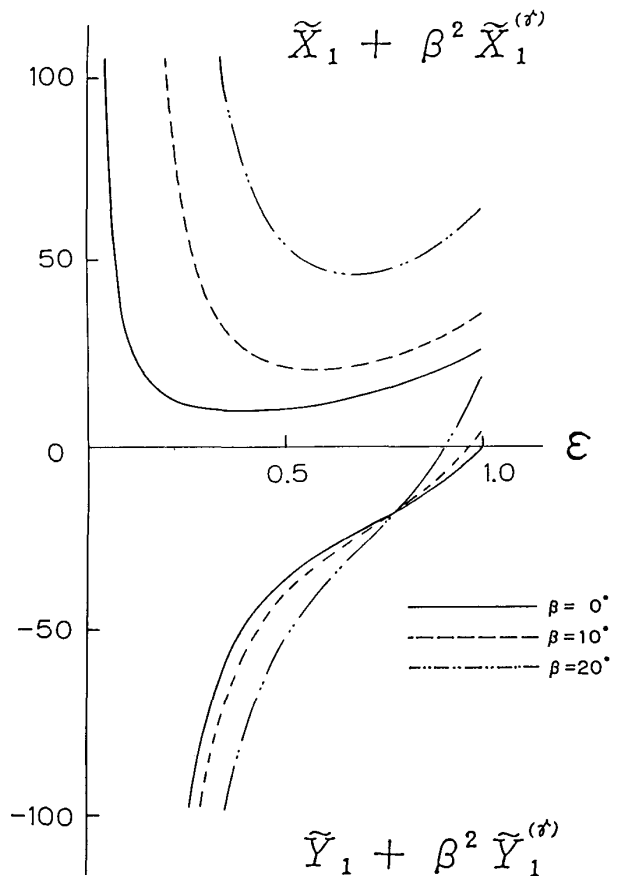


Fig. 4 Lateral force  $C_{Y_w}$  and wave making resistance  $C_{X_w}$  for the elliptic cylinder with circulation versus the slenderness ratio  $\varepsilon$ , where  $C_{Y_w} = \beta F_n^6 \{ \tilde{Y}_1 + \beta^2 \tilde{Y}_1^{(*)} \}$  and  $C_{X_w} = F_n^6 \{ \tilde{X}_1 + \beta^2 \tilde{X}_1^{(*)} \}$ .

加に伴い増大する傾向にあることが分かる。一方、横力に対する循環流れの影響は、細長比が  $\varepsilon = 0.77$  の辺りを境にして傾向が異なる。これより大きい  $\varepsilon$  のときには循環流れによって揚力方向に力を生じ、結果として造波横力を減少させるのに対し、それより小さい  $\varepsilon$  のときには揚力とは逆向きに力を生じ、結果として造波横力を増大させることになる。しかし、いずれにしても造波横力に及ぼす循環流れの影響は、造波抵抗に及ぼす影響に比べてかなり小さいと結論される。

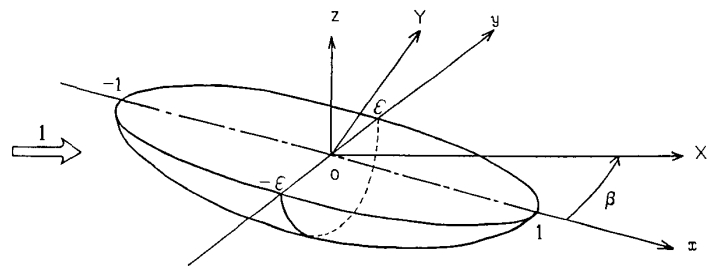


Fig. 5 Coordinate systems and definitions of some basic quantities for the prolate spheroid.

#### 4. 非対称流場における低速造波理論の数値解

前章までの考察により、細長比が小さい船に働く造波横力を低速造波理論を用いて推定することに何ら問題はなく、揚力を発生する流れ場が造波に及ぼす影響も造波抵抗をある程度増加させるものの、特に造波横力に対してはそれほど大きくないことも分かった。

これらのことを踏まえて、本章では細長比  $1/4$  の半没回転楕円体が斜航する問題を考える。

座標系を改めて、Fig. 5 に示すように鉛直上向きに  $z$  軸を、船長方向に  $x$  軸を、これらに直交するように  $y$  軸を取った  $(x, y, z)$  座標系と、解析の便利のため  $(x, y, z)$  座標系を  $z$  軸を中心に反時計回りに  $\beta$  だけ回転させ一様流方向に  $X$  軸を取った  $(X, Y, Z)$  座標系の 2 つのものを考え、共に座標原点  $O$  を静水面上船体中央とする。本章で取り扱う物理量はすべて無次元量とし、無次元化は長さは半船長  $l$ 、速度は一様流速  $U_\infty$  を用いて行い、その他の諸量は特に断わらない限りこれらを余分な係数なしに組み合わせることによって行う。したがって、船首端の座標は  $x = -1$ 、船尾端は  $x = 1$  であり、一様流速は 1 となる。このとき、最大無次元半幅  $\varepsilon$  は細長比と読み替えることができる。力の向きとしては、一様流の向きに働く  $X$  軸方向の力を造波抵抗、それと直角に揚力の向きに働く  $Y$  軸方向の力を造波横力と定義する。このとき流場は非対称となるが、後流での自由波の振幅関数を、二重模型流場としては揚力を生じないポテンシャル流れを採用するものの、斜航角  $\beta$  が小さいという仮定など設けることなく低速造波理論による馬場<sup>13)</sup>、丸尾<sup>14)</sup> の解に従って算定し、造波横力ならびに造波抵抗の数値解を求め、特に斜航角に対する依存性について検討した。

##### 4.1. 振幅関数の表示式

低速造波理論<sup>13)14)</sup> による振幅関数の表示式

$$H(\theta) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma_0} D(x, y) e^{i\gamma_0 \eta \sec^2 \theta} dx dy \quad (54)$$

において波源である  $D$  関数が

$$D(x, y) = \frac{\partial}{\partial x}(u_r \zeta_r) + \frac{\partial}{\partial y}(v_r \zeta_r) \quad (55)$$

のように流速等の微分を含むため、たとえ回転楕円体周りの流れのように流場が解析表示される場合でも (55) 式の計算式はかなり複雑となり、(54) 式を直接数値積分することはあまり得策ではない。まして一般の船型の場合には、 $D$  関数を求める際に数値微分することを余儀なくされ、結果的に数値計算の精度を落とすと考えられる。しかし、このことは  $D$  関数が二重模型流場の局所流速ベクトルを  $\mathbf{q}_r$ 、その大きさを  $q_r$ 、静水面内での二次元的なハミルトンの演算子を  $\nabla_2$  と書くとき、座標系に依らず

$$D = \frac{1}{2\gamma_0} \nabla_2 \circ \{(1-q^2)\mathbf{q}_r\} \quad (56)$$

のように発散形で表されていることを考えれば、漸近展開法のとときは逆に部分積分すれば避けられる問題である。以下で、このような観点から流速の微分を含まない振幅関数の表示式を求めることを考える。

$D$  関数としてベクトル表示した (56) 式を用いれば自由波の振幅関数  $H(\theta)$  は

$$H(\theta) = -\frac{1}{8\pi\gamma_0} \iint_{\Sigma_0} e^{i\gamma_0 \varpi \sec^2 \theta} \nabla_2 \circ \{(1-q^2)\mathbf{q}_r\} dA \quad (57)$$

と表される。ここに  $\theta$  は一様流方向  $X$  を基準に測った通常の意味での素成波の伝播方向を意味し、 $\varpi$  は原点から標点  $(X, Y)$  までの素成波の伝播距離であるから  $X$ - $Y$  座標表示で

$$\varpi = X \cos \theta + Y \sin \theta \quad (58)$$

である。ベクトル解析の公式を用いることにより、(57) 式は

$$H(\theta) = -\frac{1}{8\pi\gamma_0} \iint_{\Sigma_0} \nabla_2 \circ \{e^{i\gamma_0 \varpi \sec^2 \theta} (1-q^2)\mathbf{q}_r\} dA + \frac{1}{8\pi\gamma_0} \iint_{\Sigma_0} (1-q^2)(\mathbf{q}_r \circ \nabla_2) e^{i\gamma_0 \varpi \sec^2 \theta} dA \quad (59)$$

と書き直され、(59) 式の第 1 項にガウスの発散定理を適用するなどすれば、

$$H(\theta) = \frac{1}{8\pi\gamma_0} \int_{L_0 + L_\infty} e^{i\gamma_0 \varpi \sec^2 \theta} (1-q^2)\mathbf{q}_r \circ \mathbf{n} dl + \frac{i}{8\pi} \sec^2 \theta \iint_{\Sigma_0} e^{i\gamma_0 \varpi \sec^2 \theta} (1-q^2)(\mathbf{q}_r \circ \nabla_2) \varpi dA \quad (60)$$

となる。ここに  $L_0$  は船の喫水線、 $L_\infty$  は船を無限遠で取り囲む閉曲線であり、 $\Sigma_0$  は両者に囲まれた領域を表す。また  $\mathbf{n}$  は領域  $\Sigma_0$  内に向かう単位法線ベクトルである。(60) 式は (57) 式に比べ線積分項を伴うためやや複雑な式となっているが、実際にはこの線積分項は消失する。即ち、 $L_0$  上での積分は二重模型周りの流れに対する船体表面条件が  $\mathbf{q}_r \circ \mathbf{n} = 0$  であるからゼロとなる。一方、 $L_\infty$  上での積分は被積分関数が物体からの半径を  $r$  とすると  $r \cdot (1-q^2)$  の  $r \rightarrow \infty$  での挙動によって特徴づけられ、通常の三次元物体では  $O(1/r^2)$  で、無限喫水の二次元柱状体でも  $O(1/r)$  で消失するからやはりゼロとなる。結局第 2 項のみが残り、振幅関数は

$$H(\theta) = \frac{i}{8\pi} \sec^2 \theta \iint_{\Sigma_0} e^{i\gamma_0 \varpi \sec^2 \theta} (1-q^2)(\mathbf{q}_r \circ \nabla_2) \varpi dA \quad (61)$$

で計算できることになり、波系の表示の上からはダブルレットを  $\Sigma_0$  上に分布させた形となる。ただし、この算式によると、吹出しの面分布で表現した (57) 式を直接数値積分するのに比べ、流速の微分を含まないため被積分関数の計算が大幅に簡易化された反面、遠方での被積分関数の減衰挙動が  $r$  倍だけ弱くなるので積分領域を広くとる必要が生じ、特に減衰の弱い柱状体のときには注意を払う必要がある。

本章での計算対象が回転楕円体であることから、数値計算での便も考えて (61) 式を前章 (31) 式で導入した楕円座標を用いて書き下す。この座標系は、 $\xi = 1$  が楕円体表面に対応し、遠方では、 $\xi \gg \sqrt{1-\varepsilon^2}$  ( $= c$ : 半共焦点間距離) であるから、 $\xi$  を動径とし  $\eta$  を偏角とする円筒座標に漸近する。このような座標系で記述し、楕円体のように前後左右対称な船の周りのポテンシャル流場では振動項  $e^{i(\dots)}$  を除く被積分関数の  $\eta$  に関する周期が直進、斜航を問わず  $\pi$  であることなどを考慮すれば、振幅関数  $H(\theta)$  に対する表示式はかなり簡略化され

$$H(\theta) = \frac{i}{4\pi} \sec^2 \theta \times \int_1^\infty \frac{\xi}{\sqrt{1-c^2/\xi^2}} d\xi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1-q^2)(u_r \cos \theta + v_r \sin \theta) \tau^2(\xi, \eta) \cos(\gamma_0 \varpi \sec^2 \theta) d\eta \quad (62)$$

となる。ここに

$$\left. \begin{aligned} \tau(\xi, \eta) &= \sqrt{\sin^2 \eta + (1 - c^2/\xi^2) \cos^2 \eta} \\ \vartheta &= \xi(\cos \eta \cos \theta + \sqrt{1 - c^2/\xi^2} \sin \eta \sin \theta) \\ u_r &= \frac{1}{\tau} (q_\xi \sqrt{1 - c^2/\xi^2} \cos \eta - q_\eta \sin \eta) \\ v_r &= \frac{1}{\tau} (q_\xi \sin \eta + q_\eta \sqrt{1 - c^2/\xi^2} \cos \eta) \\ q_r^2 &= u_r^2 + v_r^2 = q_\xi^2 + q_\eta^2 \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

であり、 $u_r, v_r, q_\xi, q_\eta$  はそれぞれ  $x, y, \xi, \eta$  方向の二重模型流速を意味し、 $\theta$  は船長方向  $x$  を基準に測った素成波の伝播方向であり

$$\theta \equiv \Theta + \beta \quad (64)$$

と新たに定義したものである。したがって、前後対称船では振幅関数は純虚数となり  $\sin$  波 ( $Q$  波) を表すから、いわゆる  $\cos$  波 ( $P$  波) は生じない。

なお、実際の数値計算においては、 $\eta$  の積分区間を対称面のゼロで折り返し、 $0 \leq \eta \leq \pi/2$  間の積分に変換して (62) 式を用いた。

#### 4.2. 二重積分に対する Fillon の積分公式

前節で得た振幅関数の表示式は、二重積分である上、被積分関数に  $\sin, \cos$  関数を含み、かつ位相関数が  $1/F_n^2$  の形のため、フルード数が小さくなると、これらの関数が激しく変動する。造波横力を求める場合、造波抵抗より更に一桁高精度の計算を要求されるから、変動関数に対して台形公式や Simpson の公式を数値積分法として採用することは、分割が粗い限り高精度の積分値を期待できず、また分割を細かくすると、計算量の増大を招き問題がある。このような難点を避けた積分公式として、単積分に対しては Fillon の方法が知られている。この方法でも積分区間を分割し、区分的に求積することは台形公式などと変わりはない。しかし、Fillon の方法は被積分関数が  $\sin, \cos$  関数などの急変動関数と緩変動関数の積の形の場合、緩変動関数を区分的に 2 次関数で近似し、区分的な積分を解析的に実行するため、積分区間の分割の仕方によっては高精度に数値積分を行うことができる。そこで本節では、積分区間の分割が比較的粗い場合でも高精度の積分を保証できるよう、単積分における Fillon の方法を二重積分に拡張して用いた。以下にその方法の概略について述べる。

(62) 式の振幅関数の表示式を一般化した積分

$$I \equiv \int_{x_A}^{x_B} dx \int_{y_A}^{y_B} \Phi(x, y) e^{i\Omega(x, y)} dy \quad (65)$$

について考える。これは二重積分であるから積分領域を長方形に分割して求積することにすれば

$$I \equiv \sum_j I_j = \sum_j \int_{x_j}^{x_{j+1}} dx \int_{y_j}^{y_{j+1}} \Phi_j(x, y) e^{i\Omega_j(x, y)} dy \quad (66)$$

と近似される。 $\Phi, \Omega$  は、振幅関数の表示式 (62) にお

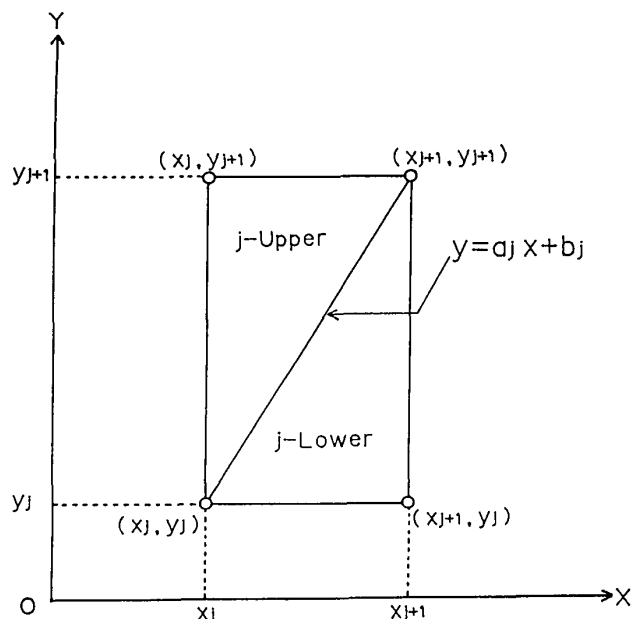


Fig. 6 Illustration of divided integral domain.

ける被積分関数の、それぞれ、振幅、位相に相当する関数で、区分的な積分領域でも一般に曲面となる。この曲面の表示には種々考えられるが、(66)式の  $I_j$  を解析的に実行する上では、曲面を一意的に平面で表すことができると都合が良い。そこで、区分的な長方形領域を、Fig. 6 に示すように更に2つの三角形領域に分割し、 $\Phi$ ,  $\Omega$  を、それぞれの三角形の頂点に対応する3点を通る平面によって近似し、長方形領域内での積分値  $I_j$  を Lower, Upper それぞれの三角形領域内で解析的に積分した和で表すことにする。Fig. 6 のような長方形領域を考えた場合、点  $(x_j, y_j)$  と点  $(x_{j+1}, y_{j+1})$  を通る右上がり直線  $y = a_j x + b_j (a_j > 0)$  によって2つの三角形領域に分割しても一般性を失わないから

$$\begin{aligned} I_j &\equiv I_{j\text{-Lower}} + I_{j\text{-Upper}} \\ &= \int_{x_j}^{x_{j+1}} dx \int_{y_j}^{a_j x + b_j} \Phi_{j-L}(x, y) e^{i\Omega_{j-L}(x, y)} dy + \int_{x_j}^{x_{j+1}} dx \int_{a_j x + b_j}^{y_{j+1}} \Phi_{j-U}(x, y) e^{i\Omega_{j-U}(x, y)} dy \end{aligned} \quad (67)$$

とすれば、 $I_{j\text{-Lower}}$ ,  $I_{j\text{-Upper}}$  に対する表示式として、それぞれの積分を解析的に行うことにより、

$$\begin{aligned} I_{j\text{-Lower}} &= \int_{x_j}^{x_{j+1}} dx \int_{y_j}^{a_j x + b_j} (A_{j-L} \cdot x + B_{j-L} \cdot y + C_{j-L}) e^{i(\alpha_{j-L} \cdot x + \beta_{j-L} \cdot y + \gamma_{j-L})} dy \\ &= - \frac{1}{\beta_{j-L}(\alpha_{j-L} + \beta_{j-L} \cdot a_j)} [\Phi_{j+1, j+1} e^{i\Omega_{j+1, j+1}} - \Phi_{j, j} e^{i\Omega_{j, j}}] \\ &\quad - \frac{i}{\beta_{j-L}^2(\alpha_{j-L} + \beta_{j-L} \cdot a_j)^2} \{ \beta_{j-L}(A_{j-L} + B_{j-L} \cdot a_j) + B_{j-L}(\alpha_{j-L} + \beta_{j-L} \cdot a_j) \} [e^{i\Omega_{j+1, j+1}} - e^{i\Omega_{j, j}}] \\ &\quad + \frac{1}{\beta_{j-L} \cdot \alpha_{j-L}} [\Phi_{j+1, j} e^{i\Omega_{j+1, j}} - \Phi_{j, j} e^{i\Omega_{j, j}}] \\ &\quad + \frac{i}{\beta_{j-L}^2 \cdot \alpha_{j-L}^2} (\beta_{j-L} \cdot A_{j-L} + B_{j-L} \cdot \alpha_{j-L}) [e^{i\Omega_{j+1, j}} - e^{i\Omega_{j, j}}] \end{aligned} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} I_{j\text{-Upper}} &= \int_{x_j}^{x_{j+1}} dx \int_{a_j x + b_j}^{y_{j+1}} (A_{j-U} \cdot x + B_{j-U} \cdot y + C_{j-U}) e^{i(\alpha_{j-U} \cdot x + \beta_{j-U} \cdot y + \gamma_{j-U})} dy \\ &= \frac{1}{\beta_{j-U}(\alpha_{j-U} + \beta_{j-U} \cdot a_j)} [\Phi_{j+1, j+1} e^{i\Omega_{j+1, j+1}} - \Phi_{j, j} e^{i\Omega_{j, j}}] \\ &\quad + \frac{i}{\beta_{j-U}^2(\alpha_{j-U} + \beta_{j-U} \cdot a_j)^2} \{ \beta_{j-U}(A_{j-U} + B_{j-U} \cdot a_j) + B_{j-U}(\alpha_{j-U} + \beta_{j-U} \cdot a_j) \} [e^{i\Omega_{j+1, j+1}} - e^{i\Omega_{j, j}}] \\ &\quad - \frac{1}{\beta_{j-U} \cdot \alpha_{j-U}} [\Phi_{j+1, j+1} e^{i\Omega_{j+1, j+1}} - \Phi_{j, j+1} e^{i\Omega_{j, j+1}}] \\ &\quad - \frac{i}{\beta_{j-U}^2 \cdot \alpha_{j-U}^2} (\beta_{j-U} \cdot A_{j-U} + B_{j-U} \cdot \alpha_{j-U}) [e^{i\Omega_{j+1, j+1}} - e^{i\Omega_{j, j+1}}] \end{aligned} \quad (69)$$

を得る。ただし、

$$\left. \begin{aligned} a_j &= \frac{y_{j+1} - y_j}{x_{j+1} - x_j} \\ b_j &= \frac{x_{j+1} \cdot y_j - x_j \cdot y_{j+1}}{x_{j+1} - x_j} \end{aligned} \right\} \quad (70)$$

であり、

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{j, j} &= \Phi(x_j, y_j) \\ \Omega_{j, j} &= \Omega(x_j, y_j) \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

と記した。

この方法を用いて、(62)式で表される斜航回転楕円体の振幅関数を、 $x$  に  $\xi$  を、 $y$  に  $\eta$  を対応させて実施したと

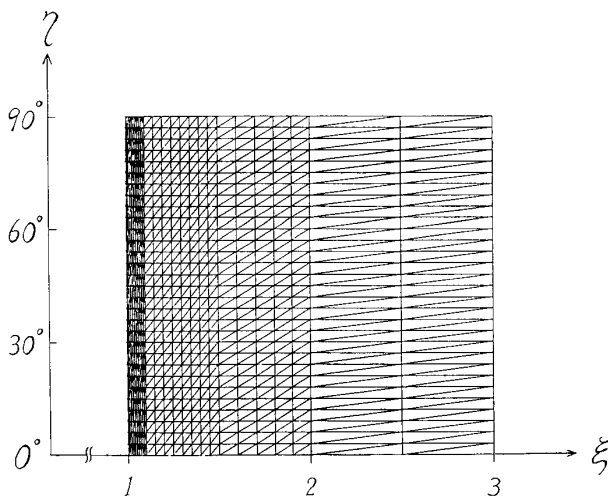


Fig. 7 Picture of divided integral domain on the elliptic coordinates.

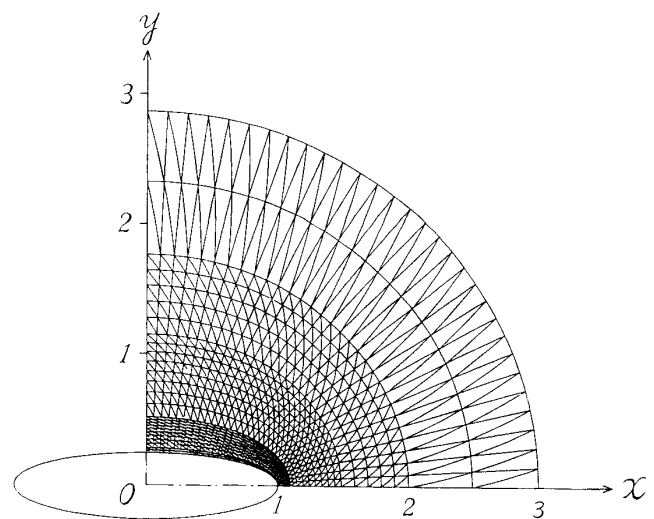


Fig. 8 Picture of divided integral domain on the physical plane.

ころ, 例えば  $\theta = 0$  のとき,  $y = \frac{\pi}{2}$  の上限に一辺をもつ三角形領域で位相関数  $\Omega$  の  $x$  方向の勾配  $\alpha$  がゼロになる。その領域では,  $I_{j-Lower}$ ,  $I_{j-Upper}$  に対する表示式 (68), (69) の第 3 項, 第 4 項が数値誤差によって発散してしまう。それを回避するために,  $\alpha$  をゼロ周りに Taylor 展開した後に積分して得た別の表示式を以下に示す。

$I_{j-Lower}$  の第 3 項および第 4 項は,  $\alpha_{j-L} \rightarrow 0$  で

$$\left[ \text{3rd \& 4th term of } I_{j-Lower}(\text{Eq. 68}) \right] \underset{\alpha_{j-L} \rightarrow 0}{\sim} - \frac{x_{j+1} - x_j}{\beta_{j-L}} e^{i(\beta_{j-L} \cdot y_j + \gamma_{j-L})} \times \left[ \frac{B_{j-L}}{\beta_{j-L}} - i(A_{j-L} \cdot x_j^* + B_{j-L} \cdot y_j + C_{j-L}) + \alpha_{j-L} \cdot x_j^* \left\{ A_{j-L} \cdot x_j^{**} + B_{j-L} \cdot y_j + C_{j-L} + i \frac{B_{j-L}}{\beta_{j-L}} \right\} \right] \quad (72)$$

と展開され, 同様に  $I_{j-Upper}$  の第 3 項および第 4 項も,  $\alpha_{j-U} \rightarrow 0$  で

$$\left[ \text{3rd \& 4th term of } I_{j-Upper}(\text{Eq. 69}) \right] \underset{\alpha_{j-U} \rightarrow 0}{\sim} \frac{x_{j+1} - x_j}{\beta_{j-U}} e^{i(\beta_{j-U} \cdot y_{j+1} + \gamma_{j-U})} \times \left[ \frac{B_{j-U}}{\beta_{j-U}} - i(A_{j-U} \cdot x_j^* + B_{j-U} \cdot y_{j+1} + C_{j-U}) + \alpha_{j-U} \cdot x_j^* \left\{ A_{j-U} \cdot x_j^{**} + B_{j-U} \cdot y_{j+1} + C_{j-U} + i \frac{B_{j-U}}{\beta_{j-U}} \right\} \right] \quad (73)$$

となる。ただし,  $x_j^*$ ,  $x_j^{**}$  は

$$\left. \begin{aligned} x_j^* &= \frac{x_{j+1} + x_j}{2} \\ x_j^{**} &= \frac{2}{3} \cdot \frac{x_{j+1}^2 + x_{j+1} \cdot x_j + x_j^2}{x_{j+1} + x_j} \end{aligned} \right\} \quad (74)$$

と定義したものである。

実際, (31) 式で定義される楕円座標  $(\xi, \eta)$  上で Fig. 7 のように長方形の積分領域を直角三角形のメッシュに切って積分を行ったが, これを物理座標に対応させると Fig. 8 のようなメッシュ切りで計算を行っていたことになる。領域分割は, 周方向は  $0^\circ \leq \eta \leq 90^\circ$  間の  $1/4$  周を  $3^\circ$  刻みに 30 等分, 法線方向は半船長を 1 とし,  $1 \leq \xi \leq 11$  間を船の近傍では細かく遠方では粗く, 不等間隔に 36 分割した結果, 区分的な長方形領域が  $36 \times 30 = 1,080$  個存在し, それを二分して三角形領域を 2,160 個生成した。

厳密解が知られている半没球の造波抵抗係数で検討を加えたところ, 遠方領域は  $\xi_\infty = 11$  程度まで, 言い換える

と船長の5倍位まで取れば十分なようであり、分割幅もこれ以上細かく(例えば、 $\eta$ を90等分、 $\xi$ を船の近傍を更に細かく97分割)しても、各々の区分領域内での積分値が小さくなり過ぎ逆に桁落ちを招き、却って精度が低くなるようである。

なお、次節に示す造波横力係数ならびに造波抵抗係数は、 $-75^\circ \leq \theta \leq 75^\circ$ の間を $0.5^\circ$ 刻みに300等分した点で振幅関数 $H(\theta)$ を計算し、それを台形積分して求めたものであるが、1状態( $F_n, \beta$ )の $C_{X_w}, C_{Y_w}$ を求めるのに要するCPU Timeが65secであった。

### 4.3. 数値計算結果とその考察

計算は、肥大船型の代表例として $L/B = 4$ の半没回転楕円体について行った。斜航角は $\beta = 0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ の直進を含めた5状態について、船速はフルード数 $F_n$ で0.2~0.4の範囲で、無次元波数 $K_0L (=2\gamma_0)$ が整数値で6~25までの点に、高速での6.5, 7.5, 8.5を加えた23の状態について実施し、斜航角、船速を変えて計115状態である。

4.1.節で得たダブレット表現した表示式(62)を、4.2.節で述べた二重積分に対するFillonの方法を用いて数値計算を行い、自由波の振幅関数 $H(\theta) \equiv F_n^5 \tilde{H}(\theta)$ が求まると、流場が非対称であっても、周知の公式

$$C_{X_w} = \pi F_n^6 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\tilde{H}(\theta)|^2 \sec^3 \theta d\theta \quad (75)$$

から造波抵抗が得られる。Fig. 9はフルード数ベースの造波抵抗曲線が斜航角 $\beta$ につれて変化する様子を示したものである。実線が $\beta = 0$ の直進中の造波抵抗曲線であり、それを基準に斜航角の増加につれて、ハンプ・ホローの位相が低速側に移動していくのが良く分かる。ただ、点線で示す $\beta = 5^\circ$ の曲線と直進時の実線との差は非常に僅かである。

次に、斜航角に対する造波横力の依存性を調べるために、 $\beta$ が $5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ の4斜航状態に対応したフルード数ベースの造波横力曲線が、斜航角 $\beta$ につれて変化する様子をFig. 10に示す。これは、

$$C_{Y_w} = \pi F_n^6 \times \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |\tilde{H}(\theta)|^2 \tan \theta \sec^3 \theta d\theta \quad (76)$$

なる公式から、素成波の伝播方向 $\theta$ に関する積分演算によって求めたものであるが、この横力の場合、抵抗の場合との違いは、重率として更に $\tan \theta$ を乗じていることである。 $\beta$ がゼロの直進時には、流

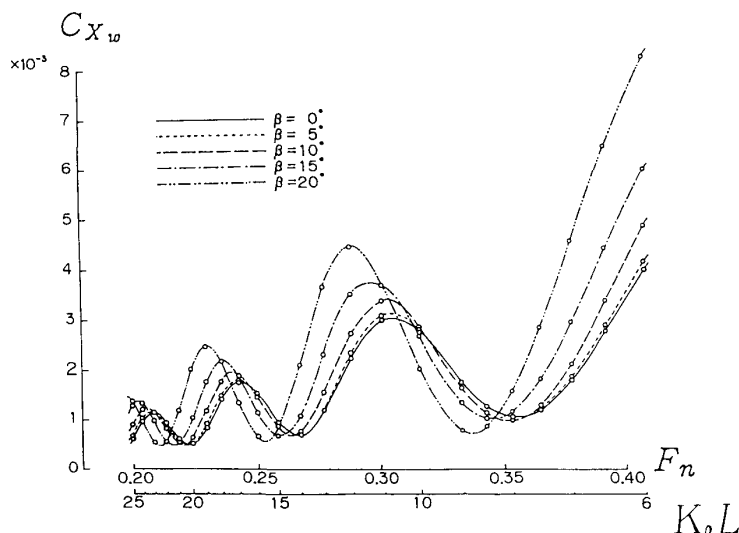


Fig. 9 Calculated wave making resistance  $C_{X_w}$  for the prolate spheroid with the various drift angle  $\beta$ .

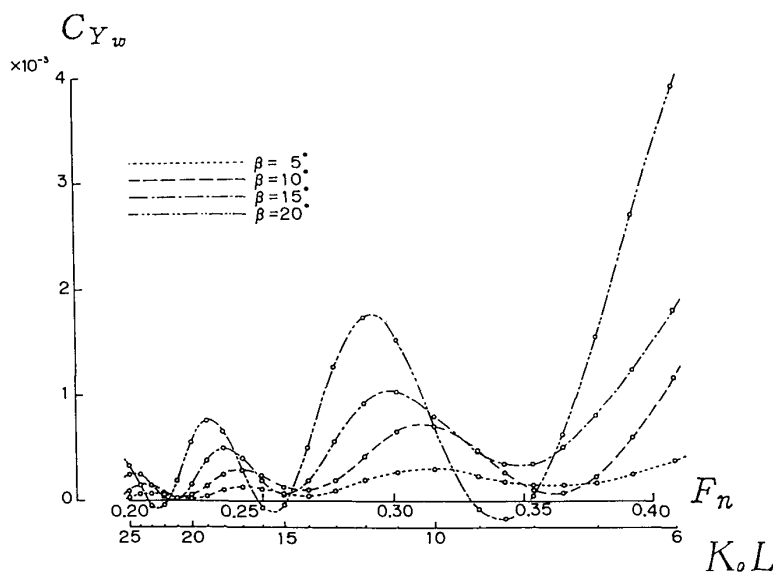


Fig. 10 Calculated lateral force  $C_{Y_w}$  for the prolate spheroid with the various drift angle  $\beta$ .

場が対称であるから、明らかに横力は生じない。このことは、実際に数値計算を行っても数値誤差程度の値を取るに過ぎず、数値計算法の正当性も確かめられることになる。この Fig. 10 を見ると、Fig. 9 の抵抗の場合に比べて横力の方が斜航角に関して敏感に反応していることが分かる。前報<sup>15)</sup>で示した漸近解では、 $\varepsilon$  が小さくなったとき非現実的な造波横力値や造波抵抗値を示したが、数値解の場合は  $\varepsilon = 0.25$  と比較的小さな値にも拘わらず、実験で得られる  $10^{-3}$  程度の現実的な値を示す。漸近解と本節の数値計算結果との違いは、概ね船首尾部近傍の造波現象の扱い方にあると考えられるから、上述の事実は造波横力・抵抗ともに、船首尾近傍で生成される自由波同士の干渉を正確に取り扱うべきことを示していると考えられる。また、ハンプ・ホローは依然として大きいものの、漸近解で予測されたほど激しいわけでもない。ただ、Fig. 10 の二点鎖線で示す  $\beta = 20^\circ$  の大斜航の場合など、ホローの位置に当たるフルード数では造波横力が負になるような現象も起こっており、斜航角・船速によっては通常の揚力とは逆向きに生ずる可能性があることを示している。しかし、造波横力の斜航角に対する依存性は、斜航角が増加すれば横力も増加するという様な単純な関係にはなっておらず、フルード数によっては斜航角  $\beta$  が増加しても、逆に横力係数  $C_{Y_w}$  が減少するようなことも起こっている。

横力に及ぼす斜航角の影響を分析するために、Fig. 11 に示すように、造波横力曲線をそれぞれの斜航角  $\beta$  ごとに、フルード数に対するハンプ・ホローの包絡線から、その中心線の値である平均化した成分  $C_{Y_w}^{(1)}$  と、その変動成分の振れ幅  $C_{Y_w}^{(2)}$  に分解した。Fig. 11 を見ると、平均成分の方は  $F_n$  が 0.2 から 0.4 の範囲では  $\beta = 20^\circ$  の大斜航の場合も含めて概ね線型的に増加しているのに対し、変動成分は  $\beta$  が  $15^\circ$  まではほぼ線型的と見なせるとしても、 $\beta$  が  $20^\circ$  では明らかに非線型影響が現れている。しかし、その程度はそれ程大きくはなく、前報<sup>15)</sup>で示したように、 $\beta$  に関して線型化して解析することにそれほど問題はないように思われる。しかし、一歩変動成分の位相特性に立ち入ると、漸近解では造波横力曲線の形は  $F_n$  だけに依存し、その大きさが  $\beta$  に関して線型的に変化するだけで、 $\beta$  に拘

わらず等位相であったのに対し、Fig. 10 の  $\beta$  ごとの曲線に着目すると、それらの位相が  $\beta$  の増加とともに低速側に移動することが分かる。このことは、あるフルード数に対して造波横力を推定しようとする場合に、 $\beta$  の非線型効果として現れ、想像以上に推定精度の低下を招く。Fig. 9 の

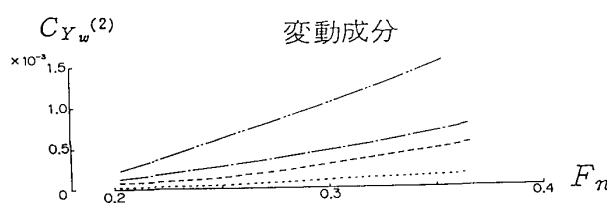
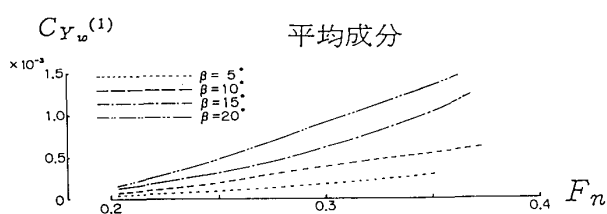
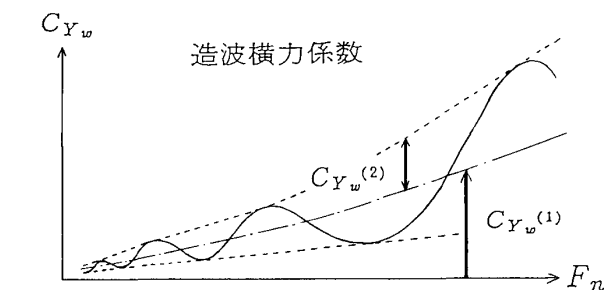


Fig. 11 Averaged part of lateral force  $C_{Y_w}^{(1)}$  and amplitude of the fluctuating part  $C_{Y_w}^{(2)}$  from the numerical results.

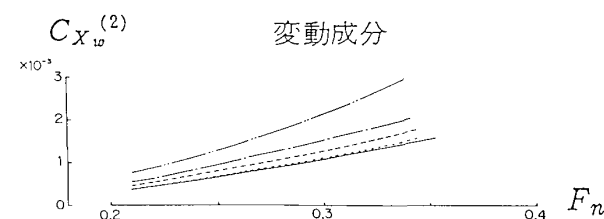
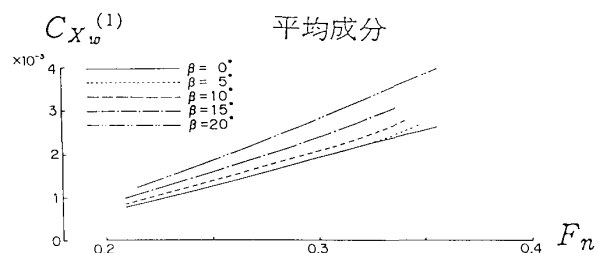


Fig. 12 Averaged part of wave resistance  $C_{X_w}^{(1)}$  and amplitude of the fluctuating part  $C_{X_w}^{(2)}$  from the numerical results.

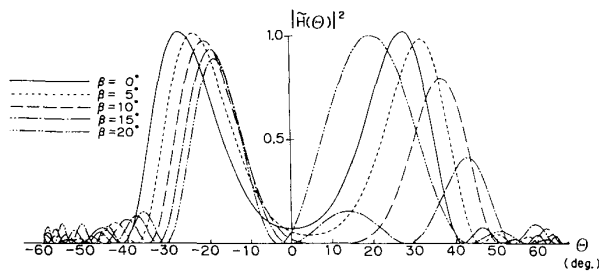


Fig. 13 Calculated amplitude function for the prolate spheroid in the case of  $\varepsilon = 0.25$ ,  $F_n = 0.258$ ,  $K_0L = 15$ .

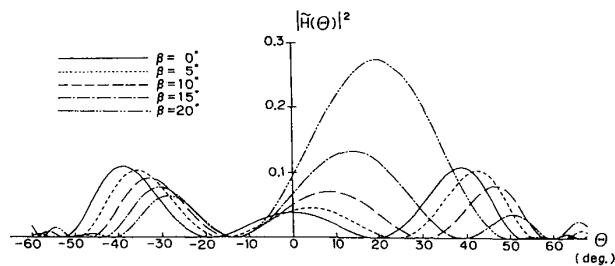


Fig. 14 Calculated amplitude function for the prolate spheroid in the case of  $\varepsilon = 0.25$ ,  $F_n = 0.354$ ,  $K_0L = 8$ .

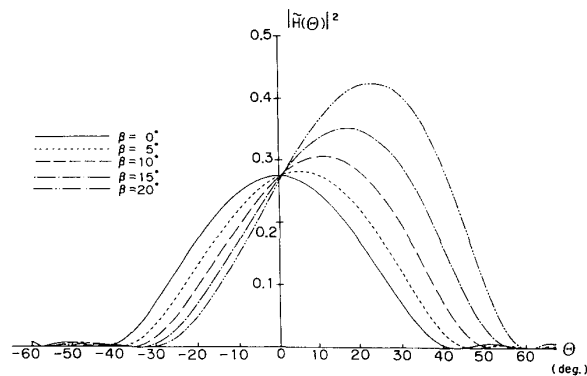


Fig. 15 Calculated amplitude function for the prolate spheroid in the case of  $\varepsilon = 0.25$ ,  $F_n = 0.408$ ,  $K_0L = 6$ .

造波抵抗曲線にもその位相がやはり低速側に移動するという同様な現象が認められており, Fig. 10 の横力曲線と同一の  $\beta$  に対しては同一の  $F_n$  にハンプ・ホローが位置することから, 横力・抵抗ともに位相に対する  $\beta$  の非線型効果は同一であると考えられる。

Fig. 12 に, 造波抵抗を平均成分  $C_{R0}^*$  と変動成分  $C_{R1}^*$  に分けて示す。両成分ともに  $\beta = 0^\circ$  からの差は,

$\beta = 5^\circ$  では殆ど見られず, 概ね  $\beta^2$  に比例して増加している。これは, 前報<sup>15)</sup> の漸近解で示したように, 造波抵抗には斜航角  $\beta$  の影響が高々  $\beta^2$  でしか現れていないことから, ある程度予想されたことである。

Fig. 13, 14, 15 には, 非対称流場における振幅関数の例として, それぞれ無次元波数  $K_0L = 15$  (低速), 8 (中速), 6 (高速) の 3 状態でのスケールした振幅関数  $\tilde{H}(\theta) \equiv H(\theta)/F_n^2$  の自乗を示す。低速の場合ほど, 振幅関数の変動は激しく,  $\tilde{H}(\theta)$  の値は大きくなっている。このことから, 振幅関数の挙動は漸近解<sup>15)</sup> が教える  $F_n^2$  よりも低い次数に比例することが分かる。一方, 斜航時の影響については, 振幅関数の位相が  $\beta$  の増加に伴って  $\theta$  の正の側へ移動する現象が認められる。このことは, 先に言及した造波横力ならびに抵抗曲線の位相が  $\beta$  の増加に伴い低速側に移動するという非線型効果とも関係していると考えられるが, 振幅関数の位相が移動すること自身は漸近解<sup>15)</sup> でも既に認められた性質である。漸近解<sup>15)</sup> で造波流体力曲線の移動を説明し得なかったのは, 例えば (40) 式のように得られた振幅関数のうち  $\sin$  の位相関数  $\{\dots\}$  で,  $O(\beta^2)$  の項を落とした事に起因するものと考えられる。したがって, 造波に基づく流体力を漸近展開法で求める際には, 振幅に相等する  $D$  関数を  $\beta$  で展開するに留めるべきであるように思われる。

以上まとめると, 振幅関数の位相に対する  $\beta$  の依存性や, 造波横力の平均成分, 変動成分とも概ね斜航角  $\beta$  に線型的に依存することなど, 造波横力, 造波抵抗に及ぼす  $\beta$  の影響は定性的には漸近解<sup>15)</sup> でも良く捉えていることが分かった。また数値解は,  $F_n$  ベースの造波横力ならびに造波抵抗の曲線が, 斜航角  $\beta$  の増加とともに低速側に移動するという新たな非線型影響を表現していることも分かった。

## 5. 結 言

定常斜航する船体に作用する造波横力を低速造波理論に基づいて推定する問題において, 細長比が小さい場合の解の挙動と循環流れが造波に及ぼす影響について, 簡単な場合について予備的な検討を加えた結果,

- i) 前報<sup>15)</sup> で示した漸近展開は, 細長比  $\varepsilon$  とフルード数  $F_n$  との間に  $F_n \ll \varepsilon$  の仮定がない限り成立しないこと

を、2次元半没楕円柱の造波抵抗の観点から示すとともに、 $\varepsilon \ll F_n \ll 1$ の仮定のもとでは $\varepsilon$ が小さくとも合理的な解が得られることを示した。

- ii) 揚力を発生する流れ場が造波に及ぼす干渉影響の程度を認識するために、水面を貫通する直立楕円柱の周りに循環が生じている場合について解析を行ったところ、造波横力および造波抵抗に対する循環流れの影響は、それぞれのポテンシャル流れに基づく流体力に比して高々斜航角の自乗程度の寄与しかなく、結果として造波抵抗をある程度増加させるものの、特に造波横力に対してはそれ程大きくないことも明らかとなった。

これらのことから、細長比の小さな船が斜航する場合には、二重模型流場としてはポテンシャル流れを採用するものの、斜航角が小さいという仮定など設けることなく厳密に振幅関数を求める必要があると考え、細長比1/4の半没回転楕円体について、低速造波理論の定式化のもと造波横力ならびに造波抵抗の数値解を求めることを試みた。

その際、

- iii) 数値積分の精度を保証するために、被積分関数として数値微分を伴わない形に直した後に積分を実行した。また、積分としては激しく変動する関数に対して二重積分を行う必要があるため、単積分に対するFillonの積分法を二重積分の場合に拡張して数値計算を行った。このような工夫の結果、十分な精度で造波に基づく横力や抵抗を求め得ることが分かった。
- iv) 数値計算結果をもとに、斜航角 $\beta$ ごとの造波横力曲線をフルード数に対するハンプ・ホローを平均化した成分とその変動成分に分解したところ、それぞれの成分は $\beta$ についてはほぼ線型的に増加することが分かった。

結論として、

- v) 斜航角 $\beta$ に関する非線型影響が、フルード数に対して置点した造波横力曲線ならびに造波抵抗曲線のハンプ・ホローの位相が、 $\beta$ の増加に伴って低速側に移動するという形で現れることを指摘した。

本稿を閉じるに際し、終始温かい御激励と理論的な面から幾多の有益な御討論を頂いた大阪大学工学部造船学科松村清重講師に厚く御礼申し上げます。また、九州大学応用力学研究所津屋崎海洋災害実験所長大楠 丹教授には本論文の作成に対し種々の御配慮を賜りました。ここに記して、深く感謝致します。なお、4章の数値計算は、大阪大学大型計算機センターのスーパーコンピュータSX1(AP)システムを使用し、文部省科学研究費の補助を受けて行ったことを付記し、関係各位に感謝の意を表します。

### 参 考 文 献

- 1) Inoue, S.: On the Turning of Ships, Memoirs of the Facul. of Eng., Kyushu Univ. (1956)
- 2) 井上正祐, 平野雅祥, 向井一浩: 操縦船体に働く横力・モーメントの非線型項について, 西部造船会会報, 第58号 (1979).
- 3) 不破 健: 斜行中の船体にはたらく流体力について, 日本造船学会論文集, 第134号 (1973).
- 4) 溝口純敏: 三次元剥離渦を考慮した斜航船体まわりの流れの計算, 関西造船協会誌, 第188号 (1983).
- 5) 松村清重, 田中一郎, 沖 俊英, 岸 進: 細長体の非線形揚力特性について一境界層剥離と渦層の挙動一, 日本造船学会論文集, 第154号 (1983).
- 6) 松本憲洋, 末光啓二: 操縦運動時に船体に働く流体力, 関西造船協会誌, 第190号 (1983).
- 7) 西山哲男: 斜行する没水回転楕円体並に水上船舶の横抵抗について, 造船協会論文集, 第85号 (1952).
- 8) Hanaoka, T.: Non-Uniform Theory of Wave Making on Low Aspect Ratio Lifting Surface, Proceedings of the 10th Japan National Congress for Appl. Mech. (1960).
- 9) 野中晃二: 斜航する船体に働く横力への自由表面影響, 日本造船学会論文集, 第138号 (1975).
- 10) 柏木 正: 高速航走時の操縦微係数について, 関西造船協会誌, 第189号 (1983).
- 11) Xia, F. & Larsson, L.: A Calculation Method for the Lifting Potential Flow around Yawed, Surface-

- Piercing 3-D Bodies, Proceedings of the 16th Symposium on Naval Hydrodynamics, Berkeley (1986).
- 12) Ogilvie, T. F.: Wave Resistance—The Low Speed Limit—, Rep. No. 002, Dept. of Nav. Arch. & Mar. Eng., Univ. of Michigan, Ann Arbor (1968).
- 13) Baba, E. & Takekuma, K.: A Study on Free-Surface Flow around Bow of Slowly Moving Full Forms, Jour. of Soc. Nav. Arch. Japan, Vol. 137 (1975).
- 14) Maruo, H. & Suzuki, K.: Wave Resistance of a Ship of Finite Beam Predicted by the Low Speed Theory, Jour. of Soc. Nav. Arch. Japan, Vol. 142 (1977).
- 15) 堀 勉, 松村清重, 田中一朗: 斜航する船に働く造波横力について, 日本造船学会論文集, 第 159 号(1986).
- 16) Baba, E.: Wave Resistance of Ships in Low Speed, Mitsubishi Technical Bulletin, No. 109, Mitsubishi Heavy Industries, Ltd. (1976).
- 17) Maruo, H.: Wave Resistance of a Ship with Finite Beam at Low Froude Numbers, Bulletin of the Facul. of Eng., Yokohama National Univ., Vol. 26 (1977).

### 討 論

質問者 田宮 真 (東海大学)

- i) Fig. 9, Fig. 10 とも横軸を  $F_n/\cos \beta$  とすると, 各曲線間の位相差が殆どなくなってしまうように見えます。何か理由があるのでしょうか。
- ii) Fig. 5 の  $Y$  軸方向力を造波横力,  $X$  方向力を造波抵抗と呼んでおられますが, 前者は造波揚力, 後者は造波抗力と呼ぶ方が穏当ではないでしょうか。

回 答

- i) 田宮先生の 1 点目の御討論は, Fig. 9 の造波抵抗曲線や Fig. 10 の造波横力曲線におけますハンプ・ホローの位相関数が斜航時には  $F_n/\cos \beta$  というパラメータに支配されるのでは, との御意見と考えます。実際, Fig. 9 や Fig. 10 の横軸を  $F_n/\cos \beta$  に取りましてプロットし直しますと, 斜航角  $\beta$  ごとの曲線がかなり等位相に近づくようであります。

このことにつきまして, 漸近展開法を用いて考察を加えさせていただきます。前報<sup>15)</sup>で回答者らが導きました漸近解は, 位相関数 (例えば, 本論 (40) 式における  $\sin$  関数の  $\{\dots\}$  がこれに相等する) を  $\beta$  の 1 次の項までしか展開しておらず, 結果として  $\beta$  の線型項がゼロになったことから, ハンプ・ホローの位相は  $\beta$  に無関係に等位相であることを教えていました。

今回, この展開を  $\beta$  の 2 次の項まで行いますと, 細長比  $\varepsilon$  の半没回転楕円体の場合, 造波流体力曲線のフルード数  $F_n$  に関するハンプ・ホローの位相関数  $\Omega$  は,

$$\Omega \underset{F_n \rightarrow 0}{\underset{\beta \rightarrow 0}{\sim}} \frac{1}{F_n^2} \left( 1 - \frac{1-\varepsilon^2}{1+\varepsilon^2} \beta^2 + \dots \right) + \frac{\pi}{4} \quad (\text{a})$$

となり, この (a) 式を

$$\Omega \equiv \frac{1}{\mathfrak{F}^2} + \text{Const.} \quad (\text{b})$$

という形で整理しますと,  $\mathfrak{F}$  は

$$\mathfrak{F} \underset{F_n \rightarrow 0}{\underset{\beta \rightarrow 0}{\sim}} F_n \left( 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1-\varepsilon^2}{1+\varepsilon^2} \beta^2 + \dots \right) \quad (\text{c})$$

のようになり, 斜航時には  $\beta^2$  程度だけフルード数からずれることを意味しており, その度合いは細長比  $\varepsilon$  に依

存することも分かります。この斜航時のフルード数に相等する (c) 式の  $\mathfrak{F}$  は、本論文の計算対象であります  $\varepsilon = 1/4$  のときには

$$\mathfrak{F} \underset{\varepsilon=1/4}{\sim} F_n \left( 1 + \frac{15}{34} \beta^2 + \dots \right) \quad (d)$$

と求まり、Fig. 9 や Fig. 10 の横軸にも、フルード数  $F_n$  の代わりに (d) 式の  $\mathfrak{F}$  を採用すべきと考えます。ただ、細長比  $\varepsilon$  がゼロに近づきますと、(c) 式の  $\mathfrak{F}$  は

$$\mathfrak{F} \underset{\varepsilon \rightarrow 0}{\sim} F_n \left( 1 + \frac{1}{2} \beta^2 + \dots \right) \quad (e)$$

という単純な係数になります。

ここで、田宮先生の御討論は

$$\mathfrak{F} = F_n / \cos \beta \quad (f)$$

ではないか、との御意見と考えますが、実際この (f) 式を  $\beta$  が小さいとして展開しますと、

$$\mathfrak{F} \underset{\beta \rightarrow 0}{\sim} F_n \left( 1 + \frac{1}{2} \beta^2 + \dots \right) \quad (g)$$

となり、(g) 式は漸近解で  $\varepsilon$  をゼロとした場合の (e) 式に一致いたします。

先生の有益な御指摘に感謝致します。

ii) 次に 2 点目の御討論についてであります。回答者らは造波横力を船体に直角方向ではなく、横流れを伴った一様流れに対して直角方向 (Fig. 5 の Y 軸方向) に働く造波に基づく流体力と定義しておりますが、翼理論などの定義から言えば、先生のおっしゃる通り造波揚力と呼ぶ方が適当かもしれません。

ただ、揚力という言葉は通常、上下方向の力という意味合いが強いことから、回答者らは造波によって水平面内に生ずる横方向の抗力という意味で、これを造波横力と呼んでおります。